

TP ondes et vibrations : les ondes de surface

1 Rappels théoriques

Depuis les rides à la surface d'une flaque jusqu'aux déferlantes sur la plage nous avons tous déjà vu le phénomène de formation d'onde à la surface d'un fluide. Lorsque ces oscillations de l'interface air-eau sont maintenues par un échange entre énergie cinétique et énergie potentielle gravitationnelle, elles sont appelées tout naturellement *ondes de gravité*. On définit la longueur d'onde λ de ces oscillations comme la distance entre deux crêtes. Celle-ci varie de quelques centimètres à plusieurs kilomètres.

Si la gravité est la force qui entretient les oscillations des ondes les plus longues, une autre force vient la relayer dès que la courbure de la surface est importante, ce qui n'arrive que lorsque sont présentes des ondes d'une longueur d'onde de quelques centimètres ou moins. Cette tension de surface explique, par exemple, que les gouttes d'eau sont rondes, et ces vagues très courtes sont appelées *ondes capillaires*.

Dans le cas générale d'une couche de fluide d'épaisseur h , une onde de la forme $\phi(x, t) \propto e^{i(\omega t - kx)}$ se propage suivant la relation de dispersion¹ :

$$\omega^2(k) = \tanh(kh)(gk + \gamma \frac{k^3}{\rho}) \quad (1)$$

où x est la direction de propagation, t le temps, ω la pulsation, k le nombre d'onde ($k = 2\pi/\lambda$), ρ la densité du fluide, g la constante de gravité et γ la tension superficielle du fluide (Bruhat Mécanique p568). L'analyse de cette relation permet de distinguer 2 frontières différentes : celle discutée plus haut distinguant ondes de gravité et ondes capillaires ; et une seconde liée à la profondeur du bassin h .

1.1 Ondes de gravité et ondes capillaires²

La distinction entre ces deux régimes va dépendre du comportement du terme $gk + \gamma \frac{k^3}{\rho}$. Les deux termes de la somme sont égaux pour la valeur particulière $k_c = \sqrt{\frac{\rho g}{\gamma}}$ de k , correspondant à une longueur d'onde $\lambda_c = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$. k_c représente donc un nombre d'onde frontière à partir duquel le terme capillaire dépasse en valeur le terme gravitationnel.

- Si $\lambda \gg \lambda_c$ le terme gravitationnel domine le terme capillaire. Il s'ensuit que $gk + \gamma \frac{k^3}{\rho} \rightarrow gk$.
- Si $\lambda \ll \lambda_c$ le terme capillaire domine le terme gravitationnel. Il s'ensuit que $gk + \gamma \frac{k^3}{\rho} \rightarrow \gamma \frac{k^3}{\rho}$.

On examine, en eau idéalement profonde, le croisement entre ces deux comportements sur la figure 1, qui représente les termes gravitationnel et capillaire (en pointillés) et leur résultante (en trait plein) dans la relation de dispersion (1). La figure de droite, en échelles logarithmiques, illustre encore mieux le croisement.

¹la dissipation visqueuse est supposée négligeable

²Cette partie est tirée du cours de Daniel Maillard, Université Paris 7, Denis Diderot

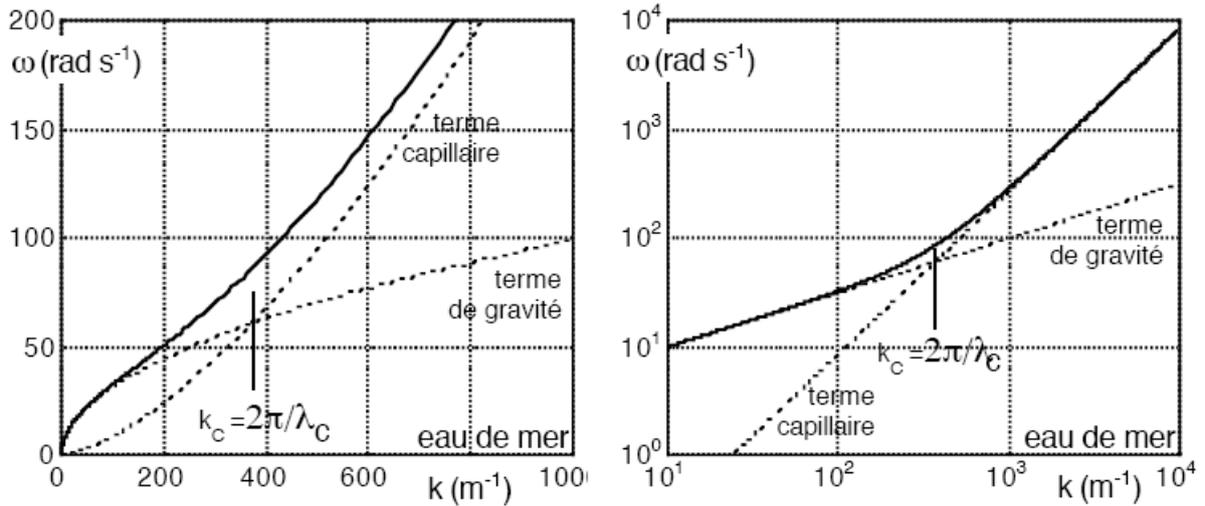


FIG. 1 – Frontière entre ondes de gravité et ondes capillaires. Dans l'eau de mer $\lambda_c = 1,7\text{cm}$.

1.2 Influence de la profondeur

L'évolution du terme $\tanh(hk)$ est central dans l'influence de la profondeur de fluide sur la relation de dispersion. La fonction \tanh est une fonction qui évolue entre 0 et 1 lorsque son argument évolue de 0 à ∞ . Ainsi :

- Si $\lambda \ll h$, le bassin est profond devant la longueur d'onde, il s'ensuit que $\tanh(kh) \rightarrow 1$.
- Si $\lambda \gg h$, le bassin est peu profond devant la longueur d'onde, il s'ensuit que $\tanh(kh) \rightarrow kh$ au premier ordre non nul.

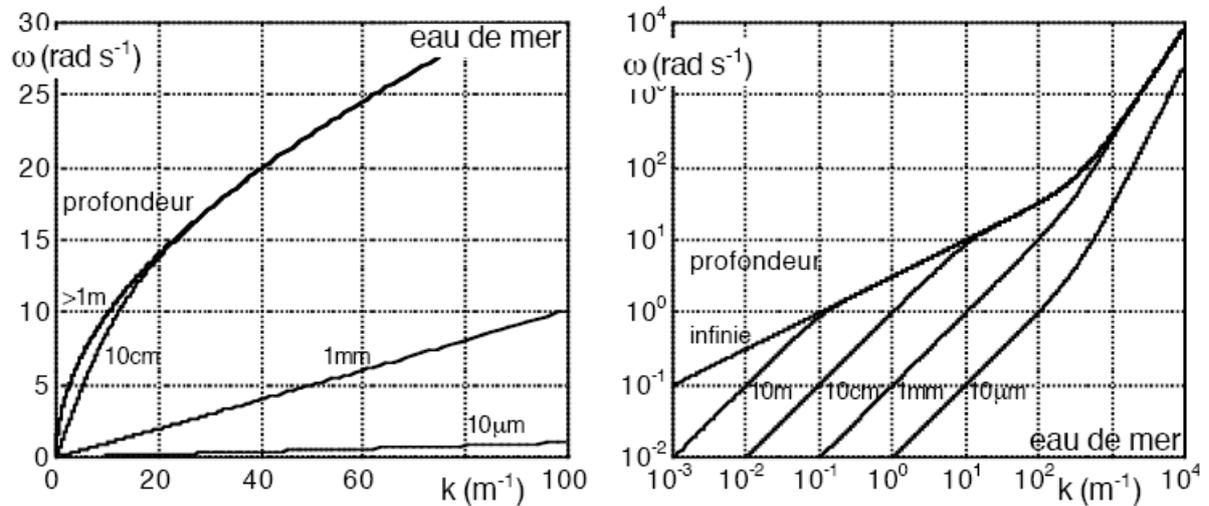


FIG. 2 – Influence de la profondeur d'eau sur la relation de dispersion.

La figure 2 illustre l'effet de la limitation de la profondeur du liquide. La partie droite, en échelles logarithmiques, permet de voir que les ondes capillaires ne sont plus affectées dès que la profondeur excède environ 1mm. La profondeur du récipient affecte en revanche notablement la propagation des ondes gravitationnelles (ou vagues). Un examen attentif de la partie droite de la figure 2 montre que les ondes gravitationnelles ($k < k_c$) affectées par la profondeur limitée ($kh < 1$) du bassin ne sont plus dispersives, puisque la pente (en échelles logarithmiques) de la relation $\omega(k)$ est dans ce cas égale à 1. Un examen détaillé de la relation de dispersion (1), dans le cas simultané où $gk + \gamma \frac{k^3}{\rho} \sim gk$ et $\tanh(kh) \sim kh$ confirme effectivement qu'alors : $\omega \simeq \sqrt{ghk}$.

2 La cuve à ondes

2.1 Principe de fonctionnement

La cuve à ondes est un outil permettant d'analyser la formation et la propagation d'ondes à la surface d'un fluide. La lumière émise par une lampe stroboscopique est renvoyée par un miroir sur un écran dépoli (Fig. 3a). Les courbures à l'interface air-liquide agissent comme des lentilles et on observe alors sur l'écran une image dont le contraste correspond aux déformations de la surface du fluide (voir Fig. 3b). Les caractéristiques et les différents accessoires de la cuve à ondes

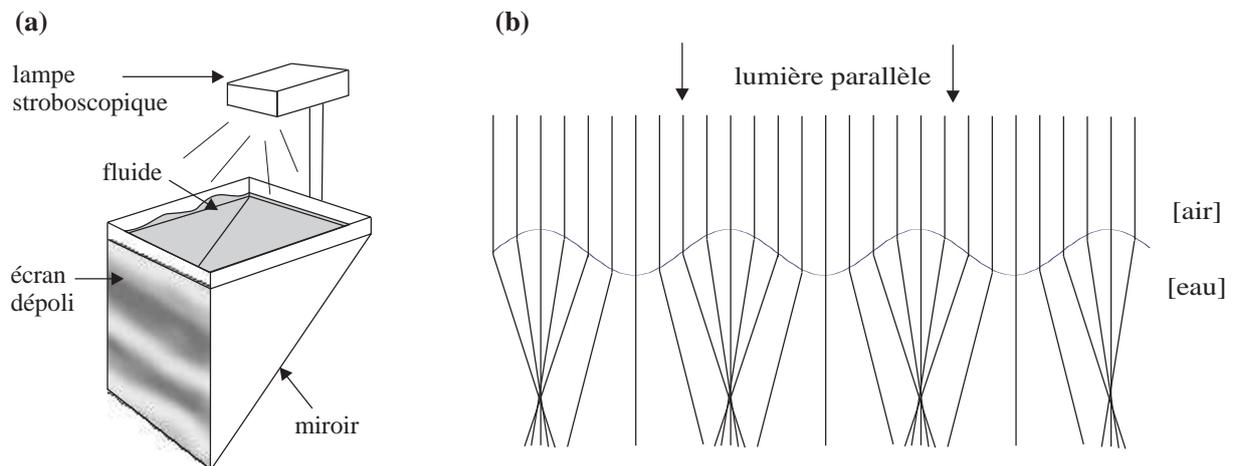


FIG. 3 – (a) Schéma d'une cuve à onde. (b) Principe de conversion de la courbure de l'interface en intensité lumineuse.

sont listés ci-dessous :

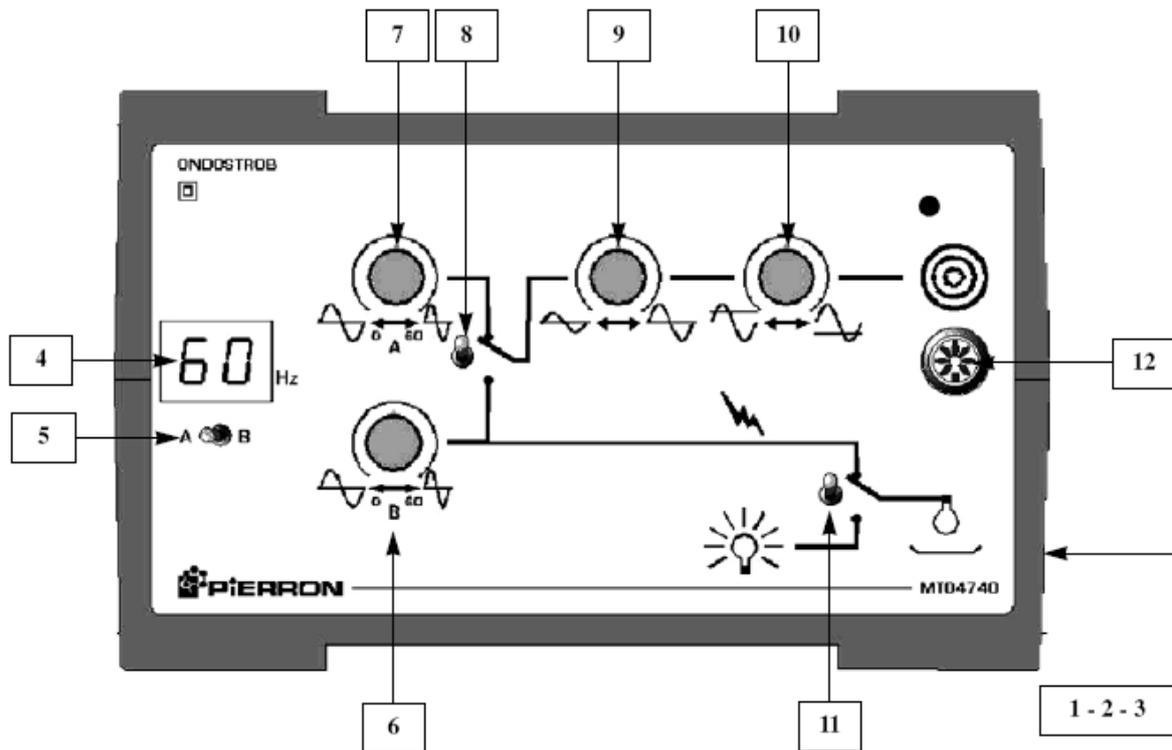
- **Appareil** : 1 cuve transparente de 360 x 360 mm, encadrée par un profilé métallique - 1 miroir incliné - 1 dépoli 375 x 335 mm - 1 stroboscope équipé - 1 vibreur électromagnétique - 1 boîtier de commande (fréquence et amplitude) avec affichage des fréquences (vibreur ou stroboscope) et possibilité de synchroniser les fréquences de vibration et d'observation (Fig. 4)
- **Accessoires** : 1 excitateur à source ponctuelle (ondes circulaires) - 1 excitateur à ondes planes - 1 excitateur à 2 sources ponctuelles (interférences) - 3 éléments permettant de créer des fentes simples ou doubles - 1 lentille biconvexe - 1 lentille biconcave - 1 lame à faces parallèles - 1 miroir concave-convexe.
- **Caractéristiques techniques** : Alimentation du boîtier de commande : 230 V 50 Hz intégrée - Fréquence du vibreur et du stroboscope : variable de 5 à 60 Hz - Ampoule du stroboscope : 12 V, 20 W.

3.

2.2 Fonctionnement

Disposer le vibreur sur l'emplacement prévu du bâti. Le raccorder aux deux fils sortant du capot, et connecter le cordon équipé d'une fiche Din au pupitre de commande. Positionner l'accessoire vibreur (source ponctuelle, double ou plane) que vous désirez utiliser sur le bras du vibreur. Verser une quantité d'eau, la plus pure possible pour éviter les dépôts de calcaire, suffisante dans la cuve. Mettre en marche le boîtier de commande.

Pour un premier réglage, on positionnera le bouton A/B en position B, le bouton B tourné vers la droite et l'inverseur 11 en position haute. Le stroboscope et le vibreur doivent démarrer et vibrer, ramener le bouton B au milieu. Le bouton de niveau 10 en position basse, tournez-le jusqu'à ce que la pointe soit sur le point de sortir de l'eau, observez le signal obtenu



- | | |
|--|---|
| <p>1 - Interrupteur Marche/Arrêt</p> <p>2 - Connexion secteur 230 V – 50 Hz</p> <p>3 - Fusible du primaire</p> <p>4 - Afficheur de fréquences en Hz</p> <p>5 - Commutateur d'affichage : A (vibreur) – B (stroboscope)</p> <p>6 - Variateur de fréquence du stroboscope B</p> <p>7 - Variateur de fréquence du vibreur A</p> | <p>8 - Inverseur de position : synchrone-asynchrone</p> <p>9 - Réglage de l'amplitude de vibration</p> <p>10 - Réglage de la hauteur du stylet par rapport à la surface de l'eau</p> <p>11 - inverseur permettant l'arrêt du moteur du stroboscope</p> <p>12 - prise DIN de raccordement à la cuve.</p> |
|--|---|

FIG. 4 – Présentation du boîtier de commande

sur l'écran dépoli. Agir sur le bouton amplitude si nécessaire. Modifier la fréquence en agissant sur le bouton B, et observer l'onde obtenue.

Remarque : la fréquence lue sur l'afficheur est celle du stroboscope qui définit dans cette position la fréquence de vibration. Si vous commutez B/A pour visualiser la fréquence du vibreur, la valeur donnée n'est pas opérationnelle, elle n'est valable que lorsque l'on travaille en position asynchrone, c'est à dire, quand le stroboscope et le vibreur sont indépendants (bouton 8 en position haute).

2.3 Précautions d'utilisation

Il est très important que le moteur tourne toujours . En effet, si volontairement (pour observer le phénomène sans l'effet stroboscopique) ou par mégarde l'inverseur 11 vient à couper le moteur, il ne faut pas que cette opération se prolonge au-delà de 2 minutes. Le disque du stroboscope est en plastique résistant à la température normale d'utilisation, mais pas à une exposition continue et prolongée.

3 Étude de la propagation

Vous utiliserez dans cette partie l'excitateur "point source" afin de générer des ondes circulaires. Le fluide est de l'eau distillée d'une profondeur de 5 mm.

Pour étudier la propagation d'onde à la surface de cette couche d'eau, vous allez tracer la relation de dispersion associée ($\omega = f(k)$).

⇒ Référez-vous à la partie 2.2 pour un premier réglage de l'appareil.

⇒ Mesurez la longueur d'onde λ pour des fréquences d'excitation entre 15 Hz et 80 Hz. Afin de diminuer les incertitudes sur les mesures, vous mesurerez un nombre N de longueurs d'onde. Vous prendrez vos mesures d'un seul côté de la source car le cercle central n'a pas forcément un diamètre de 2λ . Vous pourrez également jouer sur la hauteur de la pointe et l'amplitude de l'excitation pour optimiser le contraste sur l'écran dépoli.

⇒ Présentez vos données expérimentales dans un tableau comme suit :

valeurs expérimentales			valeurs calculées	
F (Hz)	N	$N\lambda$ (cm)	ω (rad.s ⁻¹)	k (m ⁻¹)

⇒ Créez un nouveau fichier Regressi. (FICHIER/ NOUVEAU/ CLAVIER)

⇒ Créez vos 3 variables expérimentales avec leur unité.

⇒ Ajoutez deux nouvelles colonnes "grandeurs calculées" pour ω et k .

⇒ Tracez le graphe $\omega = f(k)$.

⇒ Compte tenu des paramètres de l'expérience et la plage d'observation, quel type d'ondes de surface êtes-vous en train d'étudier ? Justifiez votre réponse.

⇒ Créez dans Regressi les paramètres h , ρ et g avec leur valeur respective. Vous allez maintenant superposer la courbe théorique à votre graphe expérimental. Le logiciel trouvera lui-même la valeur adéquate de la tension de surface de l'eau.

⇒ Dans la fenêtre graphe, cliquez sur l'icône "modélisation", puis sur l'icône "modélisation graphique. Choisissez l'onglet "Manuel" afin d'écrire la formule théorique de la relation de dispersion (Eq. (1)) (La fonction tangente hyperbolique s'écrit TH).

⇒ Quelle valeur obtenez-vous pour ρ^{eau} ? Quelle est son unité ?

4 Études des phénomènes ondulatoires

Pour cette partie, vous reculerez l'excitateur (fixé avec du velcro) de 6 à 8 cm vers le fond de son support afin d'avoir une zone d'observation plus grande sur l'écran dépoli. Veillez à ce que l'excitateur reste tout de même stable.

4.1 La double source ponctuelle

Vous utiliserez, dans cette section, l'excitateur muni de 2 pointes. Réglez la fréquence d'excitation à ~ 30 Hz. Vous devez alors observer des lignes parallèles à la direction de propagation où l'amplitude des vagues est nulle.

⇒ Dessinez la figure obtenue.

⇒ Proposez une explication.

⇒ Si ces ondes étaient des ondes lumineuses, quelle serait la figure obtenue sur un écran ?

4.2 Illustration du principe de Huygens

Vous utiliserez, dans cette section, l'excitateur à ondes planes. Réglez la fréquence d'excitation à ~ 20 Hz et ajustez la hauteur de la pointe et l'amplitude de l'excitation afin de visualiser les

ondes planes dans les meilleures conditions.

Insérez dans la cuve les petites barres en alu afin de faire une barrière perpendiculaire à la direction de propagation en laissant une “porte” d’environ 1 cm de large (voir Fig. 5a).

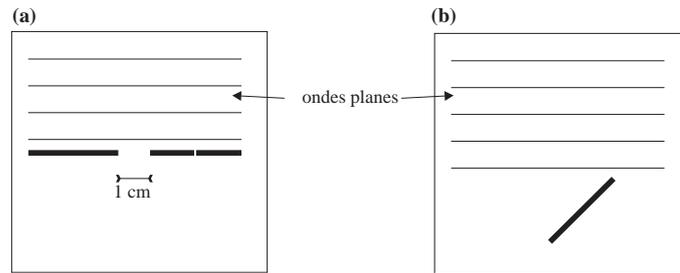


FIG. 5 – Disposition des barrages.

⇒ Dessinez la figure obtenue et commentez-la.

⇒ Augmentez progressivement la fréquence d’excitation. Qu’observez-vous ? Expliquez avec le principe de Huygens.

4.3 Réseau carré

Vous utiliserez, dans cette section, l’excitateur à ondes planes. Réglez la fréquence d’excitation à ~ 20 Hz et ajustez la hauteur de la pointe et l’amplitude de l’excitation afin de visualiser les ondes planes dans les meilleures conditions.

Insérez la plus grande des barres d’alu dans le bassin orientée à 45° par rapport à la direction de propagation comme indiqué sur la Fig. 5b.

⇒ Dessinez la figure obtenue.

⇒ Quels sont les phénomènes observés dans cette expérience ?