

Travaux dirigés - Physique Atomique (2016-2017)

3 : Structure fine de l'hydrogène, effets relativistes

FK

Jeudi 15 septembre 2016

1 Correction relativiste sur l'énergie cinétique

a) L'expression relativiste de l'énergie d'une particule de masse au repos m et d'impulsion \vec{p} est :

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (1)$$

Montrer que ceci induit une correction sur l'hamiltonien proportionnelle à $(H_0 - V)^2$, où H_0 est l'hamiltonien non relativiste et V l'énergie potentielle électrostatique.

b) Déterminer l'ordre de grandeur de cette correction

c) Calculer le déplacement des niveaux d'énergie pour les états $1s$ et $2p$. (On donne le résultat suivant : $\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$)

2 Interaction spin-orbite

L'interaction entre le champ magnétique produit par la rotation de l'électron et le moment magnétique de son spin conduit à une correction de l'hamiltonien d'expression :

$$H_{S.O.} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (2)$$

a) Déterminer l'ordre de grandeur de la correction

b) Montrer, en introduisant le moment cinétique total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ que le terme de correction perturbative au premier ordre $\langle n, l, j, m_j | H_{S.O.} | n, l, j, m_j \rangle$ est proportionnel à $(j(j+1) - l(l+1) - 3/4)$

c) Montrer que l'énergie moyenne sur l'ensemble des états n'est pas modifiée par l'interaction spin-orbite.

d) Calculer le déplacement des niveaux d'énergie pour les niveaux $n=1$ et 2 .

3 Correction de Darwin

La délocalisation de l'électron entraîne une modification de l'énergie potentielle d'interaction électrostatique avec le proton d'expression :

$$U_{Darwin} = \frac{1}{8} \Delta V \lambda_C^2 \quad (3)$$

où V est l'énergie potentielle d'interaction sans délocalisation, Δ est le laplacien et $\lambda_C = \hbar/m_e c$ est la longueur d'onde de Compton de l'électron.

a) On donne le résultat suivant : $\Delta(1/|r|) = -4\pi\delta(\vec{r})$, exprimer le terme du premier ordre de la perturbation de l'énergie en fonction de $\Psi_{nl}(0)$

b) Evaluer l'ordre de grandeur de ce terme

c) Calculer le déplacement pour les niveaux $n=1$ et 2 .

4 Structure fine complète

Calculer la différence d'énergie entre le niveaux $2s^2S_{1/2}$ et $2p^2P_{1/2}$ (On donne la correction relativiste pour $2s$: $\Delta E_{relat} = 13/16\alpha^2 E_2^{(0)}$)