Exercice 1 Circuit RLC série

On considère le circuit RLC suivant. Le générateur est supposé idéal et délivre une tension E. Initialement le condensateur est déchargé.

►1. Donnez les valeurs $u(0^+)$ et $i(0^+)$ de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité circulant dans le circuit.

►2. Etablir l'équation différentielle de la tension u sous la forme

$$\frac{d^2}{dt^2}u + \frac{\omega_0}{Q}\frac{d}{dt}u + \omega_0^2 u = \omega_0^2 E,$$

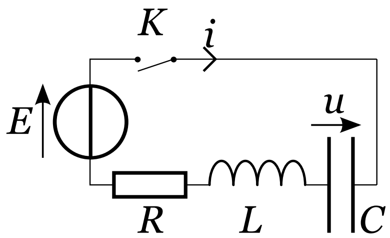
en exprimant le facteur de qualité Q et la pulsation propre ω_0 du circuit.

►3. Exprimer la résistance critique R_c correspondant au régime critique.

►4. On prend $E = 1\text{V}$, $R = 2\text{k}\Omega$, $L = 0.25\text{H}$ et $C = 1\mu\text{F}$.
- Calculer le facteur de qualité, la pulsation propre, la période propre et la résistance critique
- Résoudre l'équation différentielle. On mettra $u(t)$ sous une forme générique en faisant apparaître les deux temps caractéristiques du système τ_1 et τ_2, que l'on calculera. Tracer $u(t)$.
- Déduire les expressions de $i(t)$, $u_R(t)$ (tension aux bornes de R) et $u_L(t)$ (tension aux bornes de L).
- Quelles sont les valeurs de toutes les tensions et de l'intensité en régime permanent ?
- Quelles sont les énergies W_C et W_L stockées par le condensateur et la bobine en régime permanent.
- Quelle est l'énergie W_E fournie par le générateur pendant le régime transitoire (on utilisera $i = Cdu/dt$). En déduire W_R énergie dissipée dans le résistor pendant le régime transitoire ?

►5. Reprendre la question précédente avec $E = 4.5\text{V}$, $R = 0.25\text{k}\Omega$, $L = 0.25\text{H}$ et $C = 1\mu\text{F}$. On exprimera avant les grandeurs qui ont changé par rapport au cas précédent et la nature du nouveau régime.

►6. Idem avec $R = R_c$. Que vaut alors le facteur de qualité et la résistance R ?



Exercice 2 Circuit RLC parallèle

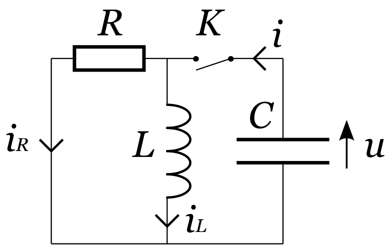
On considère le circuit suivant avec $C = 1\mu\text{F}$, $L = 0.1\text{H}$ et $R = 1\text{k}\Omega$. Initialement l'armature supérieure du condensateur porte une charge $Q_0 = 20\mu\text{C}$. A $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

►1. Quelle est la charge U_0 aux bornes du condensateur avant la fermeture de l'interrupteur ?

►2. Quelles sont les valeurs $u(0^+)$, $i(0^+)$, $i_L(0^+)$ et $i_R(0^+)$ juste après fermeture de l'interrupteur ?

►3. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par u en faisant apparaitre une fréquence propre et un facteur de qualité que l'on exprimera. En déduire la nature du régime.

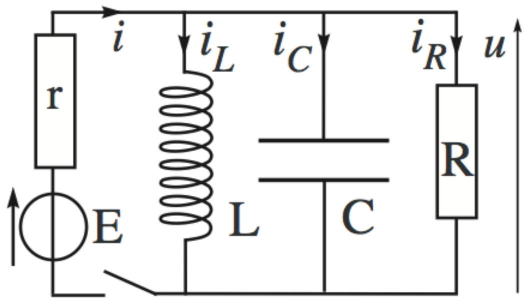
►4. Résoudre l'équation différentielle, déduire les expressions de $u(t)$ et $i(t)$ et les tracer.



réponses : 3) $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et $Q = R\sqrt{C/L}$

Exercice 3 Réponse à un échelon de tension

Sur le schéma du montage, le générateur de tension est idéal, de f.e.m. E constante. Les résistors sont linéaires, de résistances R et r constantes. Tant que l'interrupteur est ouvert, le condensateur, de capacité C, est déchargé et la bobine idéale, d'inductance L, n'est parcourue par aucun courant. A $t = 0$, l'interrupteur est fermé instantanément et on cherche à déterminer l'évolution ultérieure du réseau électrique.



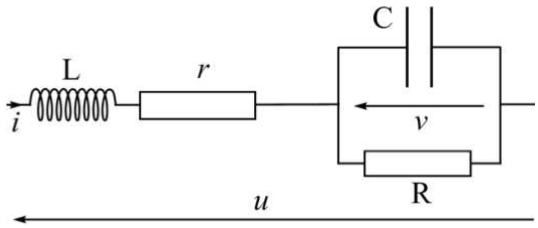
▶**1.** Déterminer, par un raisonnement physique simple (pratiquement sans calcul), la tension u et les intensités i, i_L, i_C et i_R dans les quatre branches :
a) juste après la fermeture de l'interrupteur (instant $t = 0^+$),
b) au bout d'une durée très grande ($t \to +\infty$).

▶**2.** Etablir l'équation différentielle liant i_R à ses dérivées par rapport au temps t.

réponses : 1) $u(0^+) = 0$, $i(0^+) = E/r$, $i_L(0^+) = 0$, $i_R(0^+) = 0$, $i_C(0^+) = E/r$
$u(\infty) = 0$, $i(\infty) = E/r$, $i_L(\infty) = E/r$, $i_R(\infty) = 0$, $i_C(\infty) = 0$
2) $d^2 i_R/dt^2 + \frac{R+r}{RrC} di_R/dt + \frac{1}{LC} i_R = 0$

Exercice 4 Bobine et condensateur réels en série (1)

Une bobine réelle d'inductance L possède une résistance r. Elle est placée avec un condensateur de capacité C et de résistance de fuite R.

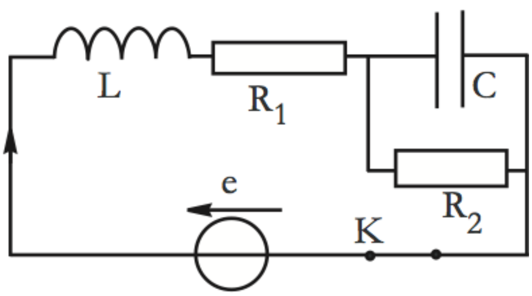


▶**1.** Déterminer l'équation différentielle liant l'intensité i et la tension u.

▶**2.** A $t = 0$, la tension aux bornes du condensateur vaut v_0 et pour $t \geqslant 0$, on impose $u = 0$ grâce à un court-circuit.
Juste après l'installation du court-circuit, que valent $i(0^+)$? $v(0^+)$? $\frac{di}{dt}(0^+)$?

réponses : 1) $LC d^2 i/dt^2 + (L/R + rC) di/dt + (1 + r/R) i = C du/dt + u/R$
2) $i(0^+) = 0$, $v(0^+) = v_0$, $di/dt(0^+) = v_0/L$

Exercice 5 Bobine et condensateur réels en série (2)



▶**1.** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par i.

▶**2.** A quelles conditions le régime transitoire est-il a) critique ; b) apériodique ; c) pseudo-périodique ?

réponses : 1) $d^2 i/dt^2 + (1/RC + r/L) di/dt + (1/LC + r/RLC) i = e/RLC$
$\Delta = (1/RC - r/L)^2 - 4/LC$

Exercice 6 Bobine et condensateur réels en série (3) : régime transitoire pseudo-périodique

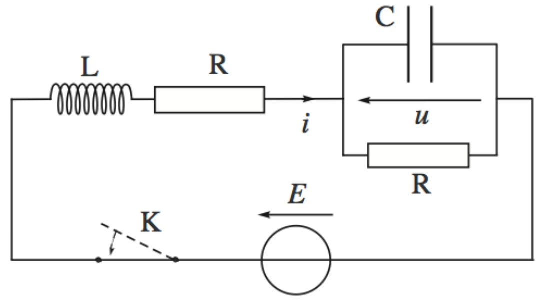
Le montage modélise une bobine réelle (L,R) en série avec un condensateur réel (C,R) initialement déchargé. On ferme l'interrupteur K à $t = 0$. On impose la relation suivante : $\tau = L/R = RC$. Initialement : $i(0^-) = 0$ et $u(0^-) = 0$.

▶**1.** Etablir l'équation différentielle régissant $u(t)$, tension aux bornes du condensateur lorsque le circuit est branché, à $t = 0$, sur un générateur de tension E.

▶**2.** Déterminer $u(t)$ pour $t \geqslant 0$.

▶**3.** Déterminer $i(t)$, intensité circulant dans la bobine.

▶**4.** Peut-on prévoir le régime permanent sans calcul ? si oui, déterminer U, tension aux bornes du condensateur, et I, courant dans la bobine, en régime permanent.



réponses : 1) $d^2u/dt^2 + (1/RC + R/L)du/dt + (2/LC)i = E/LC$, $1/tau = 1/RC + R/L$

2) $u = E/2[1 - \cos(t/\tau)e^{-t/\tau} - \sin(t/\tau)e^{-t/\tau}]$

3) $i = E/2R[1 - \cos(t/\tau)e^{-t/\tau} + \sin(t/\tau)e^{-t/\tau}]$

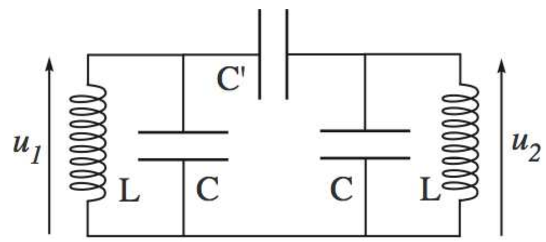
Exercice 7 Couplages de deux circuits LC

On considère les deux circuits oscillants (LC) identiques couplés par un condensateur de capacité C'. Lorsqu'on ferme l'interrupteur à $t = 0$ il n'y a aucun courant dans le circuit.

▶**1.** Déterminer les équations différentielles vérifiées par $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

▶**2.** Etablir les équations différentielles vérifiées par $u = u_1 + u_2$ et $v = u_2 - u_1$.

▶**3.** Quelles conditions initiales de charge des condensateurs permettent d'obtenir des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ non nulles ?



réponses : 2) $d^2u/dt^2 + (1/LC)u = 0$, $d^2v/dt^2 + 1/L(C + 2C')v = 0$

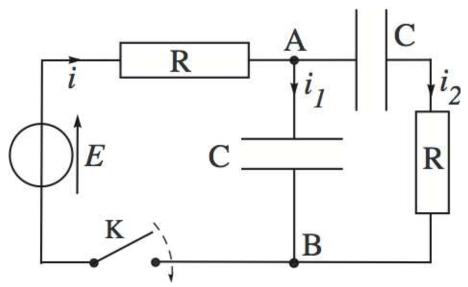
Exercice 8 Régime transitoire apériodique

A $t = 0^-$, les condensateurs sont déchargés. On ferme alors l'interrupteur K.

▶**1.** Etablir l'équation différentielle en i_1.

▶**2.** Déterminer les conditions initiales $i_1(0^+)$ et $\frac{di_1}{dt}(0^+)$.

▶**3.** Exprimer $i_1(t)$.



réponses : 1) $d^2i_1/dt^2 + (3/RC)di_1/dt + i_1/(RC)^2 = 0$

2) $i_1(0^+) = E/R$, $di_1/dt(0^+) = -2E/R^2C$

Exercice 9 Circuit LC avec diode parfaite

On considère le circuit suivant. Il comprend un générateur idéal de tension $E = 1$V, un interrupteur K, une bobine idéale d'inductance $L = 0.25$H, un condensateur de capacité $C = 1\mu$F initialement déchargé, et une diode idéale D. A $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

- ▶**1.** Quelles sont les valeurs $u(0^+)$ et $i(0^+)$ juste après fermeture de l'interrupteur ?
- ▶**2.** Avec les données du problème, quelles sont les différentes façons de construire une grandeur ayant la dimension d'une pulsation ?
- ▶**3.** Etablir l'équation différentielle vérifiée par u en supposant que la diode est passante.
- ▶**4.** Resoudre cette équation différentielle et en déduire les expressions de $u(t)$ et $i(t)$
- ▶**5.** Jusqu'à quel instant t_D ces expressions sont-elles valables. Décrire alors l'évolution ultérieure de ces grandeurs dans le temps ?
- ▶**6.** Décrire le circuit en régime permanent : tension U_p aux bornes du condensateur, intensité I_p traversant la bobine, ainsi que W_p^C et W_p^L, énergies stockées par le condensateur et la bobine