Exercice 1 Elaboration électronique des signaux d'erreur de position (d'après CAPES 2012)

Exercice 2 Unités de cellules photovoltaiques (d'après CAPES 2009)

Exercice 3 Etude de l'onduleur (d'après CAPES 2009)

Exercice 4 Alternateur triphasé et moteur asynchrone (d'après CAPES 2007)

Exercice 5 Oscillateurs électriques (d'après CAPES 2003)

A Rediger plus tard

Exercice 6 Cavités résonnantes (d'après CAPES 2011)

Les cavités, pour les ondes radio-fréquences (RF), peuvent être modélisées par un circuit électrique simple. L'excitation est modélisée par un générateur idéal de tension. On se place en régime sinusoidal forcé à la pulsation ω et on adopte la notation complexe : $u(t) = \mathcal{R}e[u(t)]$ et $\underline{u}(t) = U_m exp(j\omega t)$, avec $j^2 = -1$ et $\mathcal{R}e[u(t)]$ désigne la partie réelle du nombre complexe $\underline{u}(t)$.

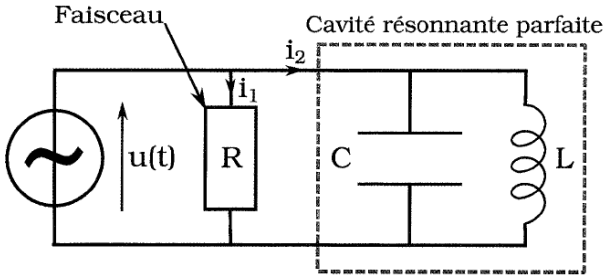

FIGURE 1 – Modélisation électrique d'un faisceau dans une cavité parfaite

A Modèle électrique d'une cavité parfaite

Une cavité parfaite peut être modélisée par un condensateur de capacité C mis en parallèle avec une bobine d'inductance L. Le faisceau est modélisé par une résistance de charge R (Figure 1).

►**1.** Donner l'impédance complexe équivalente de la cavité résonnante parfaite.

►**2.** Donner les expressions réelles du courant $i_1(t)$ traversant la résistance R et $i_2(t)$ traversant la cavité, en fonction de U_m, R, L, C, ω et t.

►**3.** Pour quelle valeur particulière de ω, $i_2(t)$ est-il nul ?

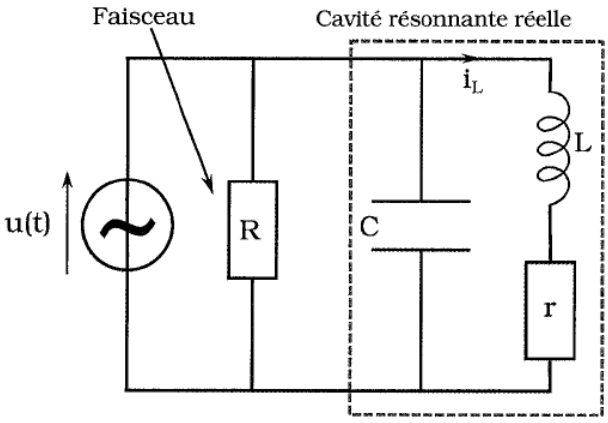

FIGURE 2 – Modélisation électrique d'un faisceau dans une cavité réelle

B Modèle électrique d'une cavité réelle

Dans une cavité réelle, les courants surfaciques sur les bords de la cavité induisent des pertes. On modélise ces pertes par une résistance r placée en série avec la bobine. Dans la suite on note $x = \omega/\omega_0$, où $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ est la pulsation propre de la cavité.

►**1.** Calculer l'impédance complexe équivalente $\underline{Z}$ de la cavité résonnante réelle.

►**2.** Montrer que le module au carré de cette impédance peut s'écrire sous la forme :

$$|\underline{Z}|^2 = r^2 \frac{1 + Q^2x^2}{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}$$

On exprimera Q en fonction de L, ω_0 et r.

►**3.** Soit $i_L(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha)$ le courant circulant dans la branche contenant la bobine et la résistance r. Exprimer I_0, $\tan\alpha$ et $\sin\alpha$ en fonction de L, U_m, ω et r.

►**4.** Dans la suite de l'énoncé, on se place dans une situation où $L\omega \gg r$. Que vaut alors α ? Que peut-on dire du courant circulant dans la bobine et de la tension aux bornes du condensateur ?

►**5.** On suppose que $\omega = \omega_0$. En déduire une expression de l'énergie U totale stockée dans la cavité résonnante en fonction de L et I_0.

►**6.** Exprimer la puissance moyenne $\mathcal{P}$ dissipée dans r. Montrer que l'on trouve la relation $Q = \omega_0 U/\mathcal{P}$.

►**7.** Lorsque la cavité est à température ambiante, le facteur de qualité vaut $Q = 3.00 \cdot 10^4$. A la température de 4 K, $Q = 10^{10}$ et la puissance dissipée vaut 16 W. Que vaudrait la puissance dissipée dans une cavité fonctionnant à température ambiante et ayant la même énergie stockée ? Justifier alors l'intérêt d'utiliser des cavités supraconductrices.

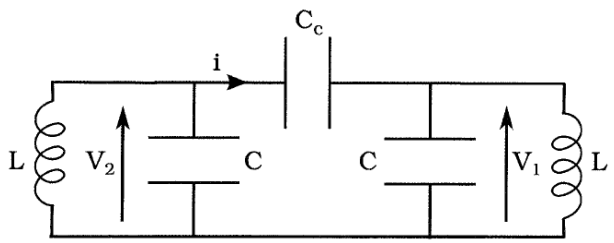

FIGURE 3 – Modèle électrique pour deux cavités idéales couplées

C Modèle électrique pour deux cavités idéales couplées

On considère deux cavités idéales identiques couplées par un condensateur C_c. On note V_1 et V_2 les tensions aux bornes des condensateurs, avec la convention décrite sur la Figure 3. On pose $D = C_c/C$, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

►**1.** Soit i l'intensité du courant dans la branche du condensateur C_c. Exprimer i en fonction de C_c, dV_1/dt et dV_2/dt.

►**2.** En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifiées par V_1 et V_2.

►**3.** En régime sinusoidal forcé, montrer que le sustème d'équation revient à résoudre :

$$(1 - (1 + D)x^2)^2 - D^2x^4 = 0$$

►**4.** trouver les deux pulsations propres et commenter.

Exercice 7 Réalisation d'un teslamètre électronique à faible coût (d'après CAPES 2006)

A L'amplificateur opérationnel

On schématise un amplificateur opérationnel (AO) par le schéma ci-dessous (Figure 4), où $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$

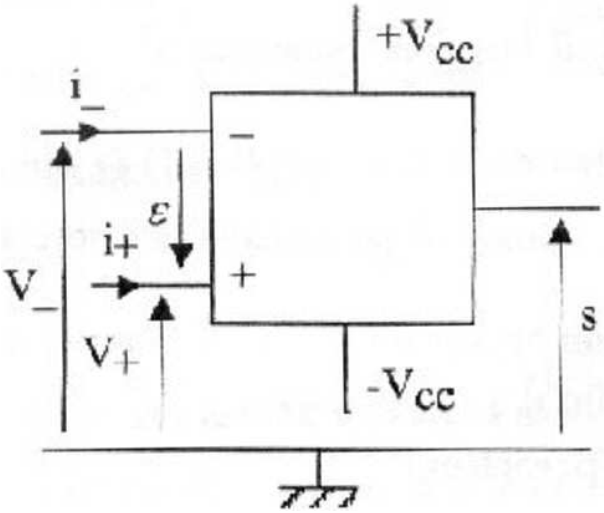

FIGURE 4 –

sont les tensions d'alimentation. Celles-ci ne seront plus représentées par la suite. V_+ et V_- sont les tensions d'entrée et s la tension de sortie. On note ε la tension différentielle d'entrée telle que : $\varepsilon = V_+ - V_-$. Les défauts de l'AO sont négligés. Dans cette hypothèse, l'intensité des courants d'entrée est telle que $i_+ = i_- = 0$. Lorsque les conditions de fonctionnement en régime linéaire sont remplies, on peut modéliser l'amplificateur opérationnel par le schéma suivant (Figure 5) :

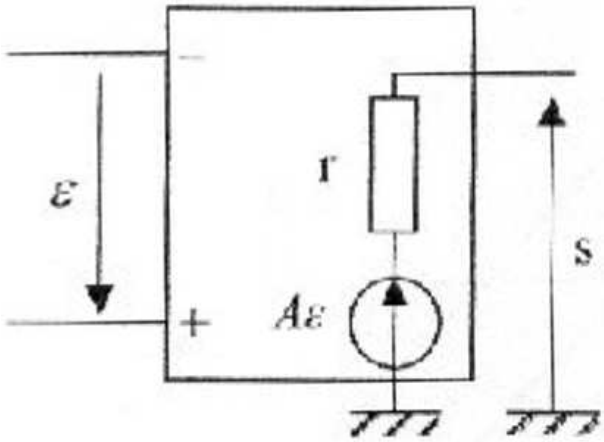

FIGURE 5 –

►**1.** Qu'appelle-t-on régime linéaire de fonctionnement ? Il existe un autre régime de fonctionnement de l'amplificateur opérationnel. Par quoi est-il caractérisé ?

►**2.** L'AO est inclus dans un montage suiveur (Figure 6) alimenté par une tension sinusoidale $e(t) = E\sqrt{2}\sin(\omega t)$. On associe à $e(t)$ la tension complexe $\underline{e} = E\sqrt{2}e^{j\omega t}$.

►**3.** Dans la modélisation représentée à la figure 9, on considère A infini. Quelle conséquence cela implique-t-il sur la valeur de ε ? Les conditions de fonctionnement en régime linéaire étant supposées remplies, en déduire la relation existante entre la tension de sortie complexe $\underline{s}$ et la tension complexe $\underline{e}$?

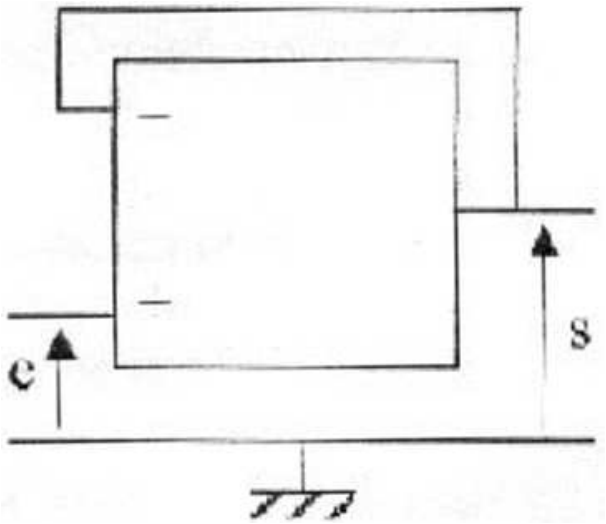

FIGURE 6 –

B

On prend $r = 0$ et A fini : $A = A_0$.

►**1.** Quelle est, en régime de fonctionnement linéaire, la relation liant $\underline{s}$ à $\underline{e}$? Sachant que A_0 est de l'ordre de 10^5, la correction apportée est-elle significative ?

►**2.** Quelle limite maximale ne doit pas dépasser E si on veut que le fonctionnement reste linéaire ?

►**3.** Le montage précédent possède une boucle de rétroaction. Préciser ce que cela signifie.

►**4.** Avec l'hypothèse précédente, quelle est la valeur de la résistance de sortie du montage ?

C

On prend maintenant r non nulle et $A = A_0$. Le suiveur est alimenté par un générateur de tension continue E et de résistance interne R_g. Il est chargé par une résistance R_u comme indiqué ci-dessous (Figure 7).

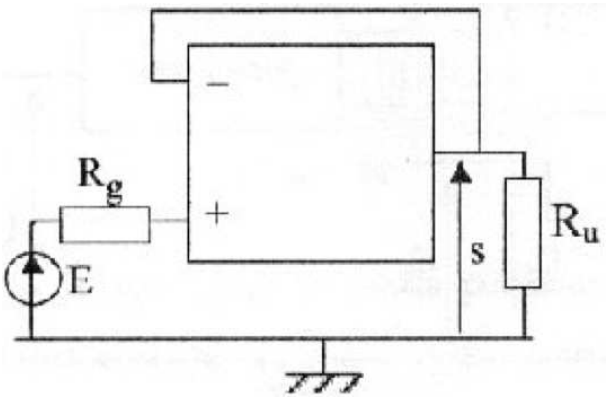

FIGURE 7 –

►**1.** Déterminer sa résistance d'entrée R_e. La résistance de sortie R_s est définie comme le rapport de la tension de sortie à vide (R_u infinie) à l'intensité de sortie en court-circuit ($R_u = 0$). Montrer que $R_s = \frac{r}{1+A_0}$.

►**2.** L'ordre de grandeur de r est de quelques dizaines d'ohms. Donner une expression approchée pour R_s et commenter le résultat. En déduire l'intérêt du montage suiveur.

D Etude de quelques montages à AO

Dans la suite, on considère que les AO utilisés sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire, c'est-à-dire :
-courants d'entrée nuls : $I_+ = I_- = 0$;
-tension différentielle d'entrée nulle : $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$.

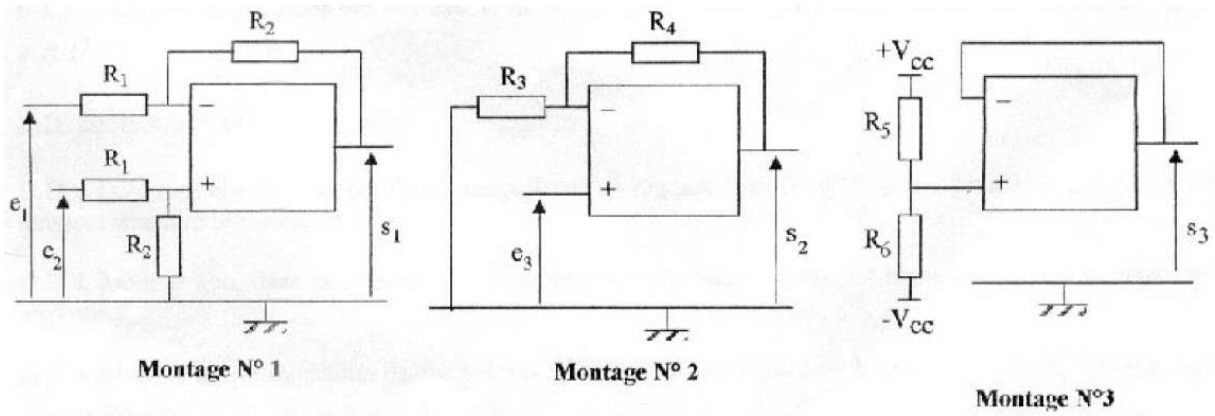

FIGURE 8 –

►**1.** Pour chacun des trois montages de la Figure 8, établir les expressions donnant les tensions de sortie s_1, s_2 et s_3 en fonction des grandeurs d'entrée et des valeurs des différentes résistances et en déduire la nature du montage.

►**2.** Dans le montage N°2, la résistance R_3 peut varier entre 0 er R_4. Entre quelles limites peut varier la tension de sortie s_2 ?

E Application à la réalisation dun teslamètre

Le capteur est une sonde à effet Hall ; le constructeur du capteur donne la relation exprimant la tension de sortie U_C en fonction de la valeur du champ magnétique B :

$$U_C = 0.5V_{CC} + 13B,$$

avec U_C en volts et B en teslas. On désire, par l'adjonction d'une chaîne électronique en sortie de capteur, obtenir une tension de sortie U_S proportionnelle à B telle que : $U_S = KB$ avec $K = 10^2$ V.T^{-1}. Le synoptique de la chaîne est le suivant (Figure 9) ; les tensions d'alimentations ne sont pas représentées.

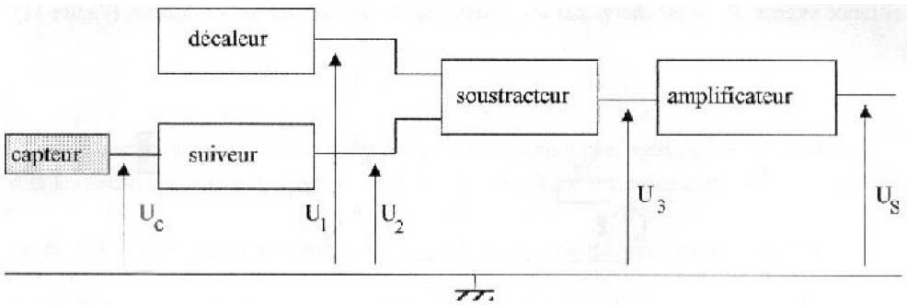

FIGURE 9 –

►**1.** Quel est l'intérêt du montage suiveur ?

►**2.** Quel est le rôle du décaleur ?

►**3.** On désire avoir $U_3 = U_2 - U_1$ puis $U_S = kB$. On réalise les différentes fonctions avec les montages précédents. Associer alors les blocs décaleur, soustracteur et amplificateur aux montages précédents.

En déduire les valeurs des rapports R_1/R_2, R_3/R_4 et R_5/R_6 pour avoir la relation recherchée entre B et U_S.

Exercice 8 Analyseur de Fourier (d'après CAPES 2005)

A Quelques généralités

►**1.** Soit un système physique qui à une grandeur d'entrée fonction du temps $e(t)$ fait correspondre une grandeur de sortie fonction du temps $s(t)$. A quelle condition ce système peut-il être dit linéaire ?

►**2.** On étudie expérimentalement le transfert de plusieurs systèmes (système 1, système 2, système 3) à l'aide d'un analyseur de spectre numérique ; pour cela on applique à leur entrée le même signal $e(t)$. On donne sur la figure 10 les spectres de Fourier du signal $e(t)$ et ceux des signaux obtenus en sortie des trois systèmes. Qu'appelle-t-on spectre de Fourier d'un signal périodique $s(t)$.

►**3.** Le système 1 est-il linéaire ? Quel est son rôle ?

►**4.** Qu'en est-il des systèmes 2 et 3 ?

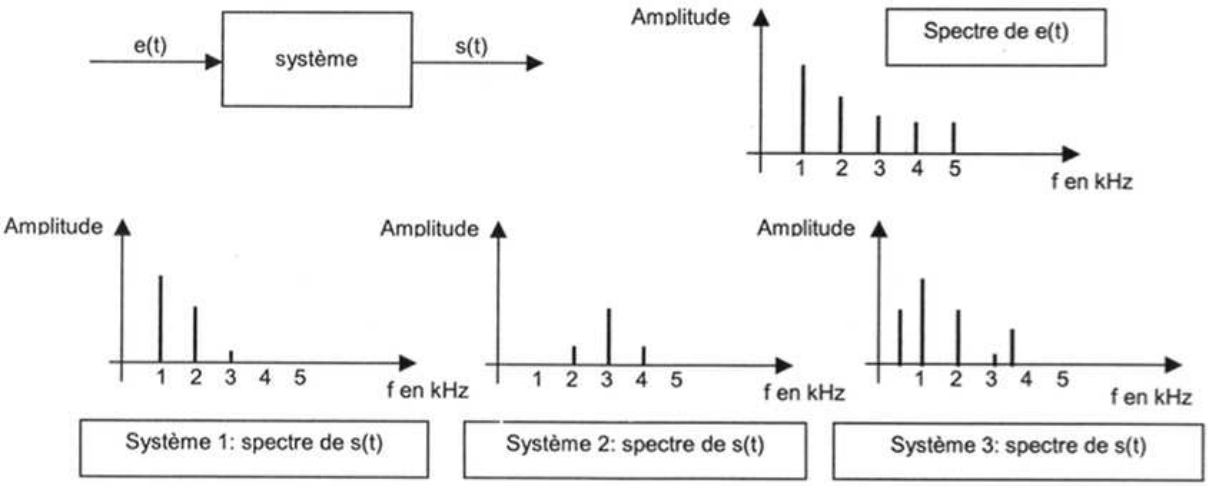

FIGURE 10 –

B Impédance complexe

On utilise des dipôles linéaires en régime sinusoidal. On note $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_u)$ la tension aux bornes du dipôle et $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_i)$ l'intensité du courant qui traverse le dipôle. $u(t)$ et $i(t)$ seront définis en convention récepteur. A chaque grandeur temporelle $x(t) = X\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_x)$ on associe le complexe suivant $\underline{x}(t) = X\sqrt{2}e^{j(\omega t+\varphi_x)}$. On peut aussi utiliser l'amplitude complexe $\underline{X} = X\sqrt{2}e^{j\varphi_x}$.

►**1.** Que représente les grandeurs U, ω et φ_u ? Peut-on les mesurer et comment ?

►**2.** Etablir l'expression de l'impédance $\underline{Z}$ complexe associée à chacun des dipôles idéaux suivant : - résistance "pure" - capacité "pure" - inductance "pure".

►**3.** On mesure pour un dipôle linéaire particulier : $\underline{Z} = A + j.B$; $A = 1$ kΩ et $B = 1$ kΩ. Calculer $i(t)$ si $u(t) = 10\sqrt{2}\cos(\omega t)$ avec $u(t)$ en volts.

C Théorème de Millmann

►**1.** Calculer l'amplitude complexe $\underline{V}_A$ du potentiel au noeud A dans le circuit de la figure 11 en fonction des admittances $\underline{Y}_i = \frac{1}{\underline{Z}_i}$ et des amplitudes complexes $\underline{V}_i$ des potentiels des extrémités des branches.

D Filtre sélectif

On étudie le montage de la figure 12. L'amplificateur opérationnel est idéal ($i^+ = 0$ et $i^- = 0$) et fonctionne en régime linéaire ($V^+ - V^- = 0$). On impose à l'entrée une tension $e(t)$ sinusoidale de pulsation ω.

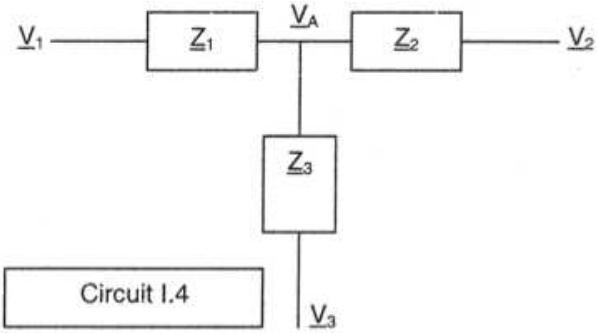

FIGURE 11 –

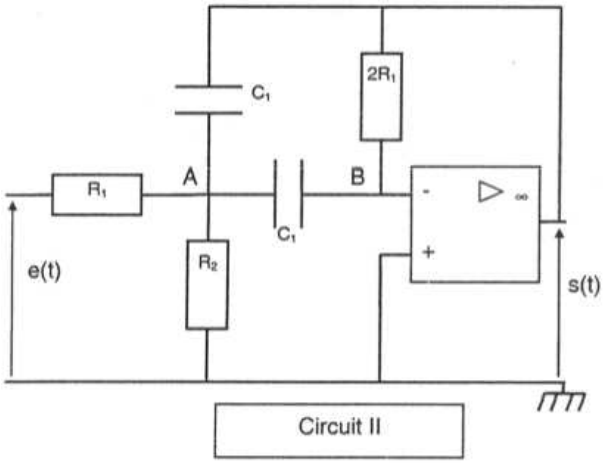

FIGURE 12 –

►**1.** On définit le transfert en tension $\underline{T}(\omega) = \underline{s}(t)/\underline{e}(t)$. Montrer que le transfert en tension ne dépend pas du temps, et justifier que l'étude de l'évolution de $\underline{T}(\omega)$ en fonction de ω permet de connaitre le comportement en fréquence du circuit.

►**2.** Pourquoi étudie-t-on le transfert pour une tension sinusoidale ?

►**3.** Etablir le système d'équations vérifiées par $\underline{V}_A$, $\underline{V}_B$, $\underline{S}$ en fonction de $\underline{E}$ et des éléments du montage.

►**4.** Montrer que l'on peut mettre $\underline{T}(\omega)$ sous la forme

$$\underline{T}(\omega) = \frac{-1}{1 + j\left(R_1 C_1 \omega - \frac{1}{R_e C_1 \omega}\right)},$$

avec $R_e = \frac{2R_1R_2}{R_1+R_2}$.

►**5.** Mettre $\underline{T}(\omega)$ sous la forme canonique

$$\underline{T}(\omega) = \frac{-1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

et identifier Q et ω_0 en fonction de R_1, R_2 et C_1. Calculer la valeur numérique de Q, ω_0 et $f_0 = \omega_0/2\pi$.

►**6.** Calculer les valeurs à donner à R_1, R_2 et C_1 pour avoir $\omega_0 = 36$ kHz, le facteur de qualité Q étant inchangé.

E Etude du gain

On étudie $T(\omega) = |\underline{T}(\omega)|$

►**1.** Montrer que $T(\omega)$ passe par un maximum pour une valeur de ω que l'on exprimera.

►**2.** Définir, puis calculer les pulsations de coupure à -3dB en fonction de ω_0 et Q. En déduire la bande passante B_ω.

►**3.** Déduire de ce qui précède une interprétation possible du facteur de qualité Q.

►**4.** Calculer numériquement la bande passante en fréquence B_f ($B_f = B_\omega/2\pi$).

►**5.** Tracer l'allure de $T(\omega)$.

F Etude pratique

►**1.** Représenter un montage expérimental qui permettrait de visualiser $e(t)$ et $s(t)$. On fera apparaître tous les appareils et connexions nécessaires.

►**2.** Décrire un protocole expérimental qui permettrait d'étudier le comportement en fréquence du circuit.

►**3.** L'A.O. est alimenté avec une source (+15V, -15V). A quoi sert cette alimentation ? Que se passerait-il si l'amplitude théorique de $s(t)$ dépassait 15V ?

►**4.** Que se passerait-il si on inversait les bornes + et - de l'AO dans le circuit de la figure 12 ?

G Analyseur de Fourier élémentaire

On met à l'entrée du circuit de la figure 12 le signal $e(t)$ représenté sur la figure 13 avec $f = 1/T = 3.0$kHz et $E = 10V$. On montre que l'on peut décomposer le signal $e(t)$ en une combinaison linéaire de sinusoides sous la forme :

$$e(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi}\sin(2\pi.f.t) + \frac{2E}{3\pi}\sin(2\pi.3f.t) + \frac{2E}{5\pi}\sin(2\pi.5f.t) + ...$$

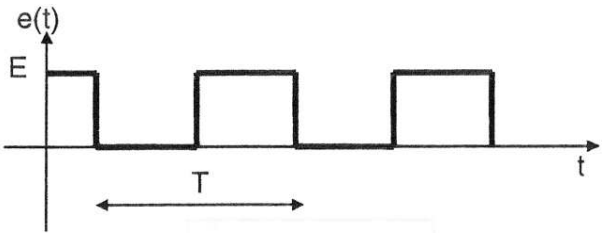

FIGURE 13 –

►**1.** Comment s'appellent les diverses fréquences qui apparaissent dans l'expression de $e(t)$?

►**2.** Tracer l'allure du signal de sortie $s(t)$ si le circuit de la figure 12 est réglé pour $f_0 = 3.0$ kHz et $Q = 20$.

►**3.** Comment pourrait-on utiliser ce circuit pour déterminer le spectre en fréquence de $e(t)$?

Exercice 9 Modulation et démodulation (d'après CAPES 2001)

Pour la transmission de messages, on utilise souvent le principe de la modulation d'une tension de fréquence élevée par la tension $v_m(t)$ représentant le message à transmettre. La tension de fréquence élevée s'appelle la porteuse, et sera notée $v_p(t)$. Lorsque l'on dit que la porteuse a une fréquence élevée, cela signifie plus précisément que la tension représentant le message ne comporte que des fréquences faibles devant celle de la porteuse. La tension modulée sera notée $s(t)$.

A Généralités

►1. Donner deux raisons parmi celles qui justifient le recours à la modulation.
- A l'aide de graphes représentant $v_m(t)$ d'une part, $s(t)$ d'autre part, définir ce qu'on appelle modulation d'amplitude et modulation de fréquence.
- Donner les expressions mathématiques de $s(t)$ dans chacun des deux cas, en prenant pour la porteuse une tension de la forme $v_p(t) = A\cos(2\pi f_p t)$.

►2. On se place dans le cas particulier où la tension $v_m(t)$ est également sinusoidale, et l'on pose $v_m(t) = B\cos(2\pi f_m t)$. Pour les applications numériques, on prendra $f_m = 8$ kHz, et $f_p = 200$ kHz.
- Donner les fréquences qui interviennent dans le spectre de $s(t)$ dans le cas de la modulation d'amplitude.
- Dans le cas de l'émission radiophonique en modulation d'amplitude, quel écart minimal doit exister entre les fréquences porteuses de deux stations, sachant que la bande passante est limitée à 8 kHz pour le son que l'on transmet.
- En Europe de l'Ouest, les stations radiophoniques émettant en Grandes Ondes sont réparties selon le plan de fréquences suivant :

Deutschlandfunk	153 kHz	France Inter	162 kHz	Europe 1	182 kHz
BBC	198 kHz	RMC	216 kHz	RTL	234 Hz

Ce plan de fréquences vous semble-t-il respecter le critère établi précédemment ?
- Si l'on voulait une meilleure qualité sonore lors de la réception d'émissions en Grandes Ondes, il faudrait faire passer la bande passante pour le son de 8 kHz à 18 kHz. Combien de stations pourraient alors exister sur la bande des Grandes Ondes, sachant qu'elle s'étend de 153 kHz à 279 kHz ?

►3. Lors de l'émission, puis de la réception d'un signal modulé en amplitude, on effectue un filtrage pour isoler la tension modulée $s(t)$ des autres tensions (parasites, autres émetteurs ...) qui pourraient s'introduire dans le montage.
- Quel type de filtre utilise-t-on ?
- En prenant l'exemple d'un récepteur accordé sur l'émetteur de France Inter en Grandes Ondes, déterminer la bande passante que doit avoir le filtre d'accord du récepteur. On utilisera les données fournies dans le tableau précédent.
- Quelle allure la fonction gain-fréquence du filtre d'accord doit-elle avoir à l'intérieur de la bande passante pour que la réception du son soit la plus fidèle possible ? Sinon, que se produira-t-il ?

B Mise en oeuvre de la modulation d'amplitude

►1. On considère le montage de la Figure 14, l'Amplificateur opérationnel (AO) étant supposé parfait. Toutes les résistances, sauf R, ont une vaeur commune, notée ρ. On note v_- et v_+ les potentiels respectifs de l'entrée inverseuse et non inverseuse de l'AO, ces potentiels étant mesurés par rapport à la masse du montage.
- Etablir l'expression de v_+ en fonction de v_e et v'_e et celle de v_- en fonction de v_s.
- Justifier brièvement le mode de fonctionnement (linéaire ou saturé) de l'AO. Que vaut alors ϵ ?
- En déduire la valeur qu'il faut donner à R pour avoir $v_s = v_e + v'_e$.
- Quel ordre de grandeur préconiseriez-vous dans la pratique pour la valeur numérique de ρ ?

►2. Dans les questions suivantes, on supposera que la condition $v_s = v_e + v'_e$ est satisfaite. On représentera le montage additionneur, ainsi réalisé par le schéma de la Figure 15a. De même le montage multiplieur

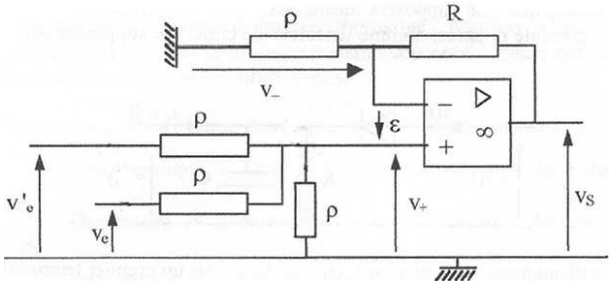

FIGURE 14 –

par celui de la Figure 15b, pour lequel, on a $v_s = kv_e v'_e$, avec $k = 0.1$ V^{-1}. Le générateur délivrant le signal de fréquence f_p est réglé avec une amplitude de 10 V. Associer les montages précédents avec des générateurs dont vous préciserez les caractéristiques et les réglages, afin de créer le signa suivant :

$$s(t) = A[1 + m\cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_p t). \tag{1}$$

On prendra les valeurs numériques suivantes : $f_m = 1$ kHz, $f_p = 200$ kHz, $A = 10$ V, $m = 0.2$.

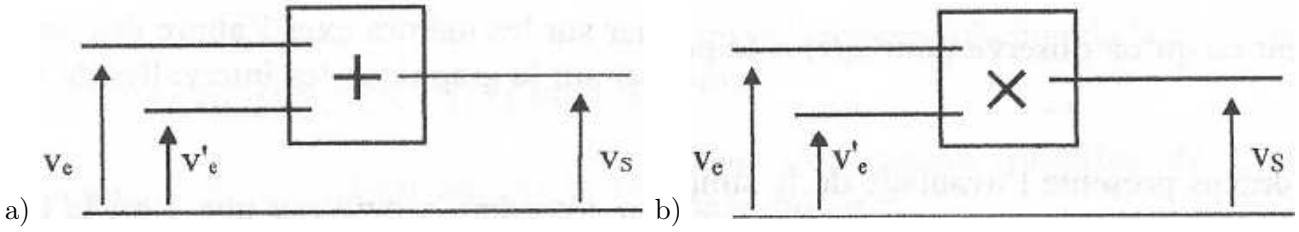

FIGURE 15 –

C Démodulation d'amplitude

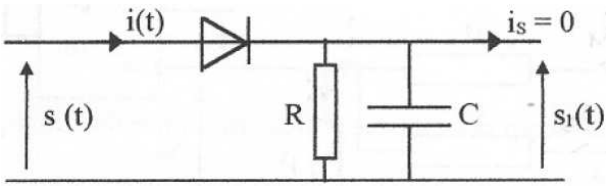

FIGURE 16 –

►**1.** Après réception, la tension $s(t)$ précédente doit être démodulée. Une façon simple de procéder est d'utiliser une diode, que l'on supposera idéale, asociée à une résistance R, et à une capacité C selon le montage représenté sur la Figure 16, nommé détecteur de crête. On supposera négligeable le courant i_s débité en sortie. Pour étudier le fonctionnement de ce montage, on remplace dans un premier temps $s(t)$ par une tension purement sinusoidale $v(t) = V_0\cos(\omega t)$. On note T la période correspondante.

- Lorsque la diode est passante, redessiner le schéma du montage.
- La diode étant toujours supposée passante, on cherche l'expression de $i(t)$ sous la forme $I_0\cos(\omega t+\phi)$. En utilisant les notations complexes, expliciter les expressions de I_0 et de ϕ en fonction de V_0, R, C et ω. Justifier l'intervalle dans lequel le déphasage ϕ se situe.
- La diode étant toujours supposée passante, à quel instant t_0 compris entre 0 et T le courant $i(t)$ s'annule-t-il en décroissant ? Exprimer t_0 en fonction de T, ϕ et ω. Aux instants suivant immédiatement t_0, que peut-on prévoir quant à l'état de la diode ?

►**2.** On suppose la diode bloquée

- Redessiner le schéma du montage
- En notant U_0 la tension initiale sur une nouvelle échelle de temps t', établir l'expression de la tension $s_1(t')$. A quelle condition portant sur $v(t)$ et $s_1(t)$ la diode reste-elle effectivement bloquée ?

►3. Sans justification, dessiner sur les mêmes axes l'allure des tensions $v(t)$ et $s_1(t)$ en fonction du temps. Sur une période T, préciser sur le graphique les intervalles de temps où la diode est bloquée, et ceux où elle est passante.

►4. Dans cette question, on considère à nouveau que c'est la tension modulée $s(t)$ définie par l'Eq. 1 qui est appliquée à l'entrée du détecteur de crête.

- Comment choisir la valeur du produit RC pour effectuer une démodulation correcte ? Proposer une valeur numérique pour RC.
- Indiquer qualitativement ce qu'on observe pour $s_1(t)$ si le produit RC est trop faible, ou trop grand ?

►5. Le circuit présente l'avantage de la simplicité. Cependant les récepteurs radiophoniques qui nous entourent utilisent un autre principe de démodulation. Lequel et pourquoi ?

D Question de culture générale

A puissance émise égale, expliquer rapidement pourquoi tous les émetteurs n'ont pas la même portée, selon la gamme de fréquence dans laquelle ils émettent, et pourquoi cette portée se modifie entre le jour et la nuit. Qu'est ce qui justifie le choix des ondes centimétriques pour les communications par satellites ?

Exercice 10 Mesure de l'humidité de l'air (d'après CAPES INTERNE 2010)

A Humidité de l'air

On appelle humidité relative à la température T, le rapport, noté HR et exprimé en %, entre la pression partielle de vapeur d'eau et la pression de vapeur saturate à la même température T.

$$HR(T) = 100\frac{P_{H_2O}}{P^{sat}_{H_2O}(T)}$$

Nous allons étudier des dispositifs permettant de mesurer l'humidité relative de l'atmosphère. Ce type de dispositifs utilise un capteur constitué d'un condensateur dont la capacité varie avec l'humidité. Pour mesurer

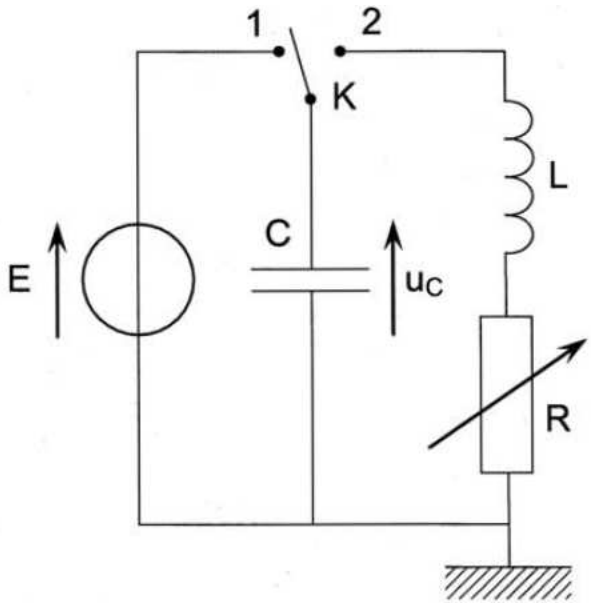

FIGURE 17 –

la capacité d'un condensateur, on le place dans le circuit schématisé de la Figure 17 comprenant une bobine d'inductance L et une résistance R modélisant la résistance totale du circuit. Le générateur fournit une tension E continue. L'interrupteur K est d'abord placé en position 1.

►1. Quelle valeur prend alors la tension u_C ?

►2. A l'instant choisi comme instant $t = 0$, on bascule l'interrupteur en position 2.

►3. Etablir l'équation différentielle à laquelle satisfait la tension $u_C(t)$. On pose $\lambda = \frac{R}{2L}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Montrer que l'équation différentielle établie précédemment peut alors s'écrire :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2\lambda\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0$$

►4. Ecrire l'équation caractéristique associée à cette équation différentielle.

►5. Pour une valeur de R inférieure à une valeur R_C (appelée résistance critique), le régime est pseudo-périodique. Exprimer R_C en fonction de L et C.

►6. Montrer que si l'on se place dans le cas où $R < R_C$, la solution de l'équation différentielle peut alors s'écrire :

$$u_C(t) = e^{-\lambda t}(A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t))$$

- Donner l'expression de ω en fonction de ω_0 et λ.
- Y a-t-il continuité de la tension u_C à $t = 0$ (à justifier) ?
- Y a-t-il continuité de la grandeur du_C/dt à $t = 0$ (à justifier) ?

- En déduire les expressions de A et B.
- Donner l'allure de la courbe $u_C(t)$.

►**7.** On se place maintenant dans le cas où $R = 0$.
- Donner l'équation différentielle satisfaite par $u_C(t)$ ainsi que la solution correspondante en prenant les mêmes conditions initiales que précédemment. Donner l'expression de la période propre du circuit T_0 en fonction de L et C.
- En présence d'humidité dans l'atmosphère, on mesure une période $T_0 = 27.2\mu$s. Sachant que l'inductance de la bobine vaut $L = 150$mH, calculer la capacité C du condensateur.
- On peut lire sur la notice de l'appareil : gamme de mesures : 10 à 90 % d'HR ; sensibilité : 0.4 pF/% d'HR ; capacité à 43 % d'HR : 122 pF. Sachant que la capacité C du capteur s'écrit $C = a.HR + b$, déterminer les valeurs des constantes a et b. Déterminer le taux d'humidité HR de l'atmosphère.

B Régime sinusoidal forcé

Une autre méthode consiste à soumettre le dipôle RLC à une tension sinusoidale. Pour cela, on réalise le montage de la Figure 18. On associe aux tensions sinusoidales, $e(t)$ et $u_C(t)$, des grandeurs complexes : $\underline{e} = Ee^{j\omega t}$ et $\underline{u}_C = U_C e^{j\omega t+\varphi}$ avec $j^2 = -1$.

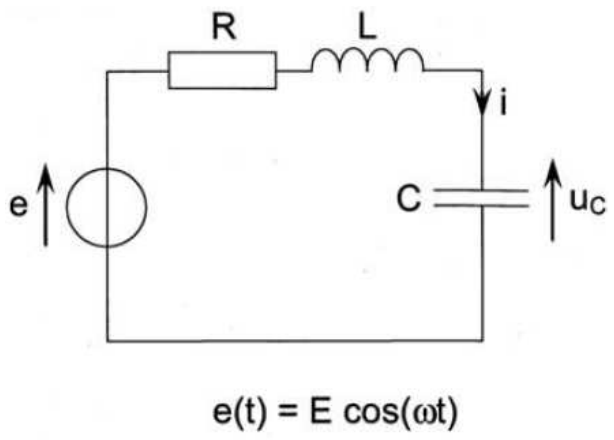

FIGURE 18 –

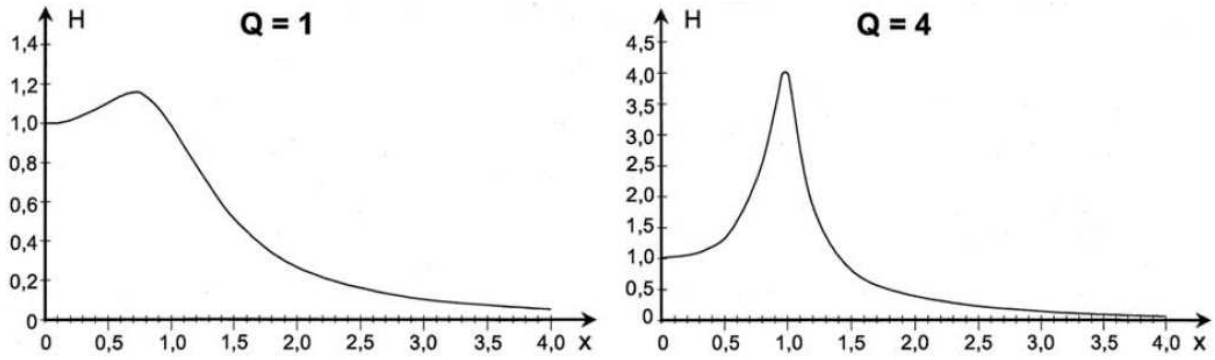

FIGURE 19 –

►**1.** Etablir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_C}{\underline{e}}$ en fonction de R, L , C et ω.

►**2.** On introduit le facteur de qualité $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ et la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Montrer alors que l'on a :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

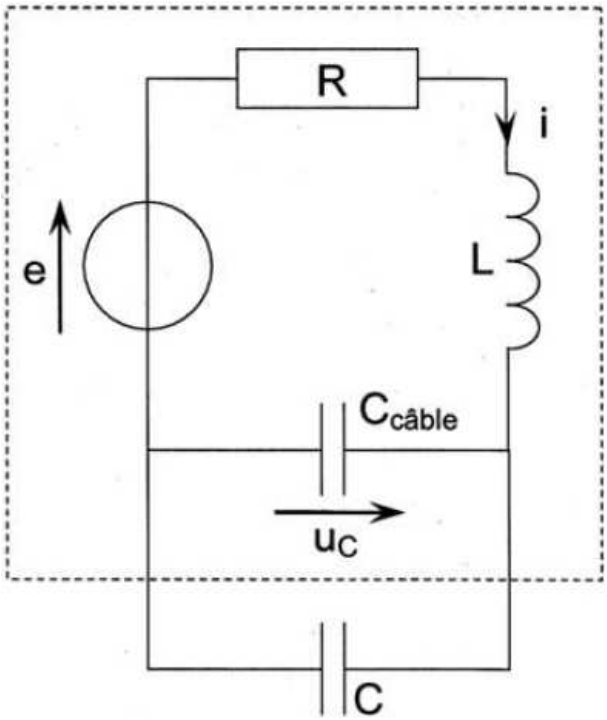

FIGURE 20 –

►**3.** Déterminer l'expression du module, $H(\omega)$, de la fonction de transfert en fonction de ω, ω_0 et Q.

►**4.** On montre que si $Q > \frac{\sqrt{2}}{2}$, le gain passe par un maximum pour une pulsation ω_M qui dépend de ω_0 et Q. On donne ci-après les courbes $H(x)$ pour $Q = 1$ et $Q = 4$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. D'après les courbes de la Figure 19, choisir parmi les deux expressions suivantes celle qui donne ω_M : $\omega_M = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ ou $\omega_M = \omega_0\sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2}}$.

►**5.** Démontrer les résultats précédents.

►**6.** Dans le cas où Q est très grand devant 1, le rapport $\frac{|\omega_M - \omega_0|}{\omega_0}$ est sensiblement égal à $\frac{1}{4Q^2}$. Pour $R = 10\Omega$, $L = 100$ mH et $C = 130$ pF, calculer le facteur de qualité Q et en déduire l'écart relatif $\frac{|\omega_M - \omega_0|}{\omega_0}$. Peut-on confondre ω_M et ω_0 ?

►**7.** Pour relier le capteur situé à l'extérieur d'un bâtiment au dispositif de mesure situé à l'intérieur, on utilise un câble coaxial d'une longueur d'environ 5 m de capacité $C_{cable} \approx 100$ pF et sensible aux variations d'humidité de l'air. Le schéma équivalent devient celui représenté sur la Figure 20. On mesure donc la capacité C_{eq} équivalente à C en parallèle avec C_{cable}.
- Exprimer C_{eq} en fonction de C et C_{cable}.
- Quel est l'inconvénient majeur de ce montage ?

C Analogies électromécaniques

On considère un ressort vertical de masse négligeable, à spires non jointives, de constante de raideur k, de longueur à vide l_0, fixé à son extrémité supérieure et un corps M de masse m qui est accroché à son extrémité inférieure. On utilise les notations suivantes : $\vec{u}_x$: vecteur unitaire définissant la direction de l'axe x'x et le sens de la verticale descendante ; $\vec{g} = g\vec{u}_x$. On fait l'étude dans le référentiel R du laboratoire supposé galiléen et les déplacements envisagés sont verticaux.

►**1.** Déterminer la longueur du ressort à l'équilibre l_{eq} en fonction de l_0, m, g et k.

►**2.** On appelle x le déplacement de M par rapport à sa position d'équilibre ; on a donc la longueur du ressort qui s'écrit à un instant t quelconque $l = l_{eq} + x$. Après avoir fait un bilan des forces appliquées à M dans R, déterminer l'équation différentielle (Eq1) vérifiée par x (on posera $\omega_0^2 = k/m$).

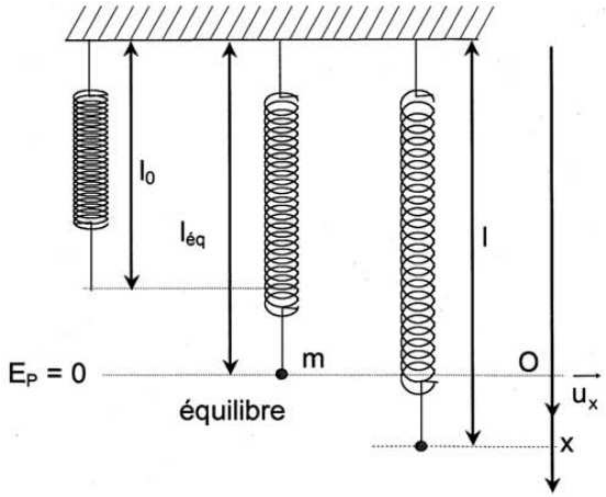

FIGURE 21 –

►**3.** Donner la solution de cette équation différentielle en prenant comme conditions initiales : $x(0) = x_0$ (avec $x_0 > 0$) et $\dot{x}(0) = 0$.

►**4.** On montre que l'énergie potentielle totale E_p de M s'écrit $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ en prenant comme référence la position d'équilibre $x = 0$. On donne les deux chronogrammes de la Figure 22 correspondant à deux énergies E_1 et E_2 en fonction du temps.
- Identifier E_p et E_c, où E_c est l'énergie cinétique du corps M (on justifiera la réponse).
- Donner les expressions des maxima de E_p et E_c en fonction de k et x_0.

►**5.** On veut faire l'analogie du système précédent avec un circuit L, C en électricité représenté sur la Figure 23a, où q est la charge de l'armature du condensateur reliée au point A.
- Donner l'expression générale de l'énergie E_{elec} stockée dans un condensateur.
- Donner l'expression générale de l'énergie E_{mag} emmagasinée dans une bobine.
- On suppose que, compte tenu des conditions initiales, on peut écrire pour la charge du condensateur $q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t)$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. En déduire l'expression de $i(t)$.

►**6.** Donner les équivalents électriques des grandeurs suivantes : x, $\dot{x}$, k, m, E_p et E_c.

►**7.** Dans la réalité, l'énergie totale diminue progressivement. En mécanique, cette perte d'énergie est liée aux forces de frottement fluide qui s'exercent sur l'objet en mouvement.
- D'où provient la perte d'énergie dans un circuit électrique ?
- Le graphique (Figure 23b) donne l'évolution en fonction du temps de E_{elec}, de E_{mag} et de l'énergie totale d'un circuit RLC. Identifier les différentes courbes en supposant que le condensateur est chargé à $t = 0$. Quelle est l'expression de l'énergie perdue ? Justifier alors la diminution avec paliers de l'énergie totale du circuit.

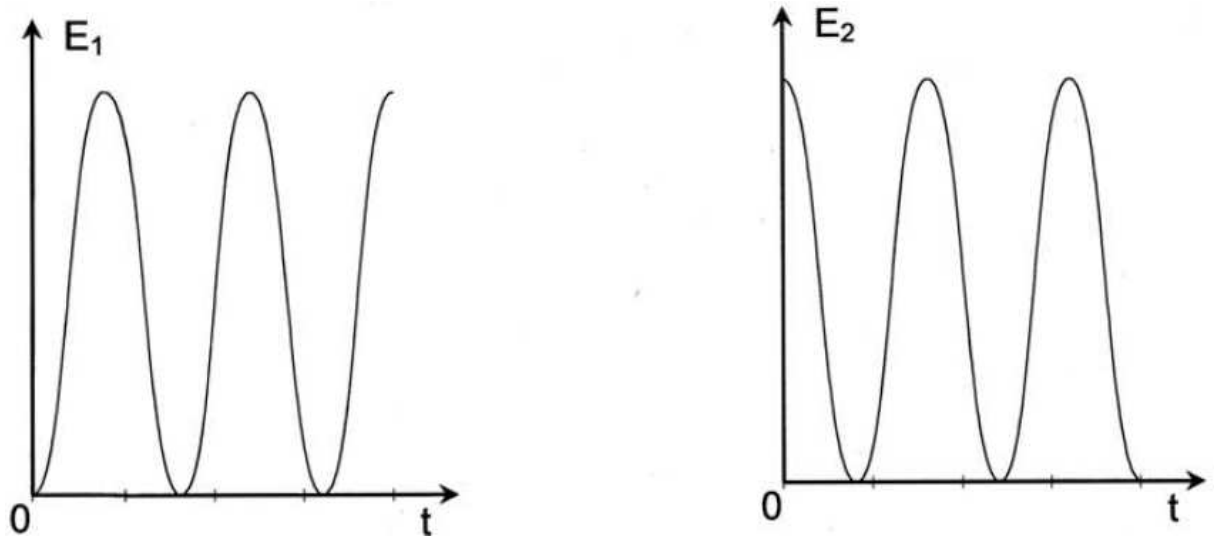

FIGURE 22 –

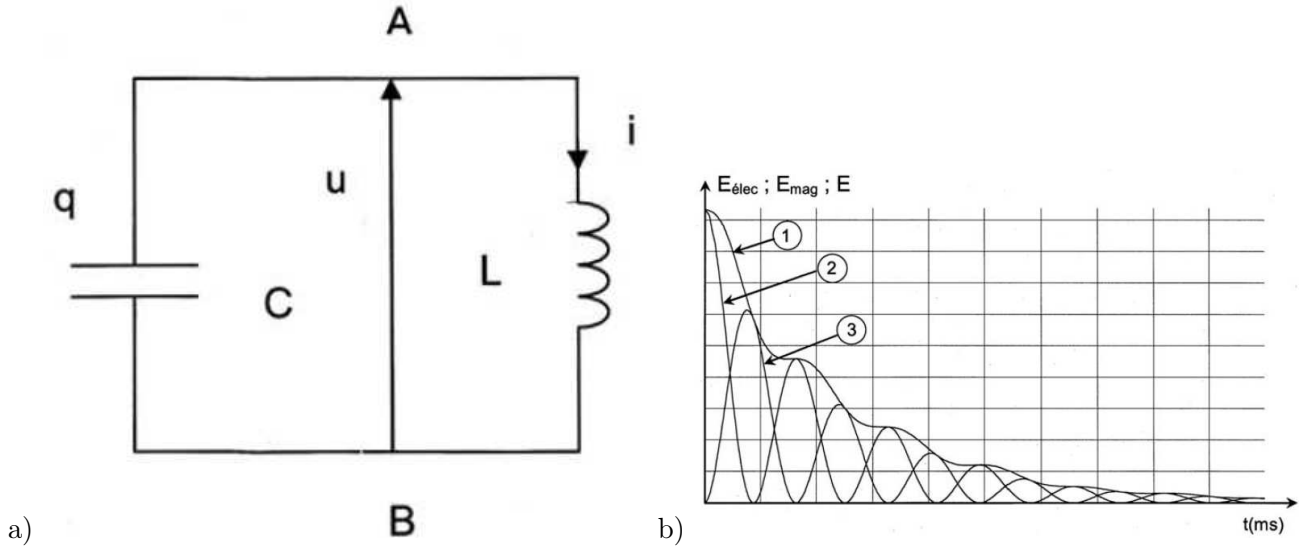

FIGURE 23 –

Exercice 11 Détection d'un signal lumineux (d'après CAPES INTERNE 2009)

Une photodiode est un capteur de signal lumineux. La Figure 24a présente une modélisation simple de la caractéristique tension-courant d'une photodiode pour la convention de la Figure 24b. L'intensité $I_\varphi < 0$, appelée courant inverse, est proportionnelle à l'éclairement E qui irradie la photodiode. Pour utiliser la photodiode en capteur, on l'alimente de manière à ce qu'elle soit polarisée en inverse ($u < 0$; $i < 0$). Le circuit est représenté sur la Figure 24c.

►**1.** Reproduire sur la copie l'allure de la caractéristique de la diode. Superposer la caractéristique $i(u)$ du générateur de Thévenin (U_0, R) branché aux bornes de la diode de manière à ce que le point de fonctionnement du circuit soit bien dans la zone de polarisation de la diode. (On respectera les conventions de la figure)

►**2.** Montrer que, pour que la diode fonctionne bien en polarisation inverse, la résistance R doit être inférieure à une valeur limite R_{lim} que l'on exprimera en fonction des données (U_0, k, E).

►**3.** Déterminer la valeur numérique de R_{lim} pour un éclairement E de 0.20 mW.cm^{-2}. On donne $k = 50$ μA.mW^{-1}.cm^2 et $U_0 = 5$V.

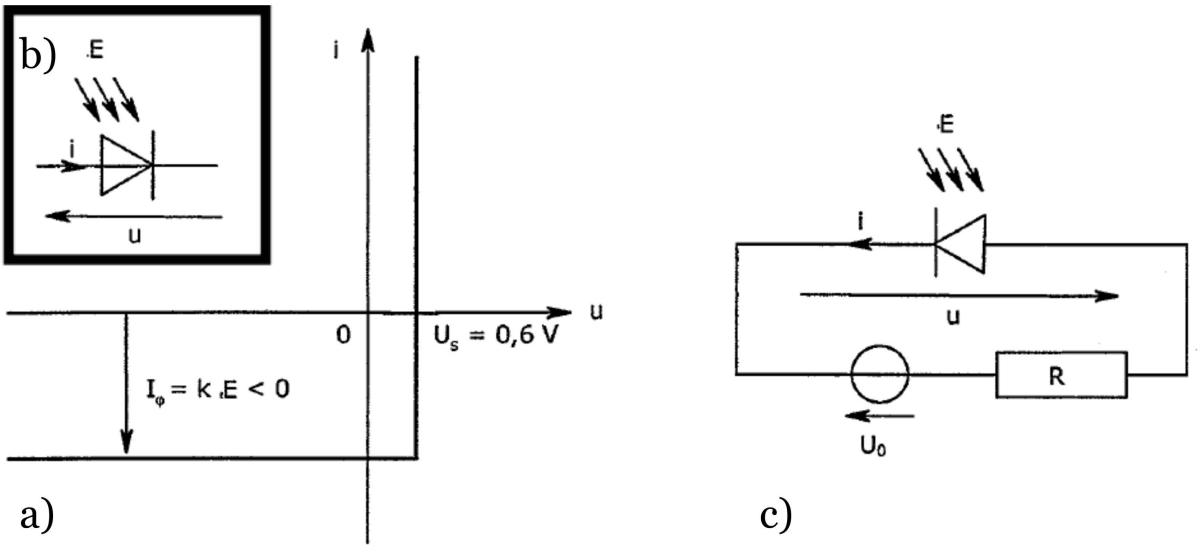

FIGURE 24 –

Exercice 12 Etude d'un tube à décharge (d'après CAPES 2007)

A Caractéristique du tube à décharge

Un tube à décharge pour l'éclairage (appelé improprement "tube néon") est un dipôle électrique parcouru par un courant d'intensité i, et aux bornes duquel la tension est u, en convention récepteur. Il a deux états :
- s'il est éteint, il se comporte comme un interrupteur ouvert (l'intensité i qui le parcourt est nulle) ;
- s'il est allumé, il se comporte comme un résistor de résistance R_a.

De plus, le passage du tube vers un nouvel état dépend de l'état antérieur ("hystérésis") :
-s'il est éteint, il faut que la tension qu'il subit u devienne supérieure à la tension d'allumage V_a pour qu'il s'allume ;
-s'il est allumé et que la tension qu'il subit u devient inférieure à la tension d'extinction V_e (avec $V_e < V_a$) il s'éteint.

Données numériques : $E = 150$V, $V_a = 128$V, $R = 100$kΩ et $C = 33.0\mu$F.

►**1.** Tracer l'allure de la caractéristique $i = f(u)$ du tube. On fera apparaître les effets d'hystérésis sur le graphique.

►**2.** S'agit-il d'un dipôle : commandé ou libre ? linéaire ou non linéaire ? actif ou passif ?

Dans la suite du problème, on alimente le tube par un générateur de Thévenin (de tension continue $E > V_a$ et de résistance R), et on le branche en parallèle avec un condensateur de capacité C (cf. figure 25).

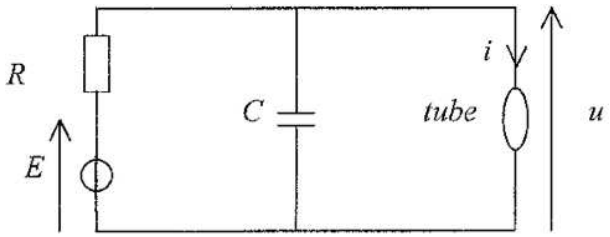

FIGURE 25 –

B Tube éteint

On suppose que le tube est éteint.

►**1.** Trouver l'équation différentielle satisfaite par u, la tension aux bornes du tube.

►**2.** Exprimer la forme de la solution de $u(t)$, en prenant $u(t=0)=0$

C Tube allumé

On suppose maintenant que le tube est allumé.

►**1.** Montrer que le circuit est équivalent à un générateur de Thévenin (de tension E' et de résistance R') qui alimente un condensateur de capacité C. On exprimera en particulier E' et R' en fonction de R, R_a et E.

►**2.** Trouver l'équation différentielle satisfaite par u, la tension aux bornes du tube.

►**3.** Exprimer, en fonction de t, E', V_a, t_0, R' et C, la forme de la solution $u(t)$, pour $t>t_0$, en prenant $u(t=t_0)=V_a$.

D Interprétation

On suppose que $\frac{R_a}{R+R_a}E<V_e$.

►**1.** Décrire l'évolution de $u(t)$ pour $t>t_0$.

►**2.** Tracer, en justifiant, l'allure de la tension $u(t)$ aux bornes du tube pour $t>0$.

►**3.** Exprimer le temps Δt qu'il faut attendre avant l'allumage de l'éclairage, en fonction de E, V_a, R et C. Calculer numériquement Δt et conclure.

Exercice 13 Electrocinétique (d'après CAPES INTERNE 2006)

A On réalise le circuit schématisé (Figure 26) comportant un générateur produisant une tension sinusoidale u_{NM} de fréquence f, un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$, une bobine d'inducatnce L et de résistance négligeable et un condensateur de capacité $C = 2 \cdot 10^{-5}$F. La valeur efficace de la tension délivrée par le générateur est $U_1 = 10$V. On étudie le circuit avec un oscilloscope. On note

$$u_{NM} = V_N - V_M = U_{1max} \cos \omega t$$

$$u_{BM} = V_B - V_M$$

La tension u_{NM} est visualisée sur la voie 1, et la tension u_{BM} sur la voie 2. Le balayage fonctionne et l'écran

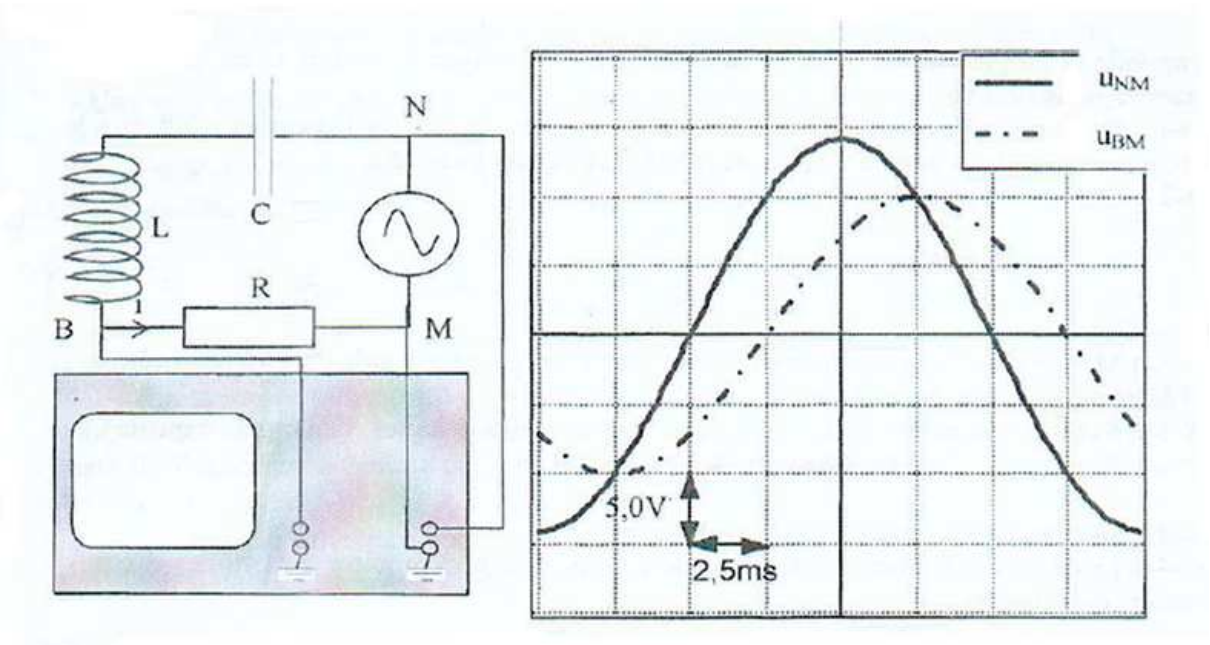

FIGURE 26 –

présente l'aspect reproduit sur la Figure 26. Sur les deux voies, le coefficient de balayage (ou base de temps) est $2.5 \cdot 10^{-3}$s par carreau, et le coefficient de déviation verticale est 5.0 V par carreau. A la date $t = 0$, la tension $u_{NM}(t)$ est maximale sur l'oscillogramme.

- **►1.** Déterminer la fréquence f de la tension appliquée au circuit.
- **►2.** Déterminer la phase φ de la tension u_{NM} par rapport à l'intensité instantanée i du courant traversant le circuit.
- **►3.** Donner les expressions des tensions instantanées $u_{NM}(t)$ et $u_{BM}(t)$ en fonction du temps t, de la fréquence f, de la phase φ et des tensions maximales respectivement U_{1max} et U_{2max}, dont on donnera les valeurs numériques.
- **►4.** Rappeler la définition de l'intensité efficace. Comment la mesurer directement ? Déterminer I l'intensité efficace du courant i traversant le circuit.
- **►5.** Rappeler l'expression de l'impédance complexe des dipôles suivants : conducteur ohmique de résistance R, bobine pure d'inductance L et condensateur de capacité C pour une fréquence f.
- **►6.** Donner l'expression de l'impédance complexe équivalente pour les dipôles compris entre les points N et M. Déterminer la valeur numérique du module de l'impédance du circuit $\underline{Z}$.
- **►7.** A partir des questions précédentes, en déduire l'expression de L, puis sa valeur numérique.

B On remplace dans le circuit précédent le générateur fonctionnant en alternatif par un générateur de tension continue de force électromotrice $E = 5$V en série avec un interrupteur K. Le condensateur est primitivement déchargé et l'interrupteur ouvert. A la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K (Figure 27).

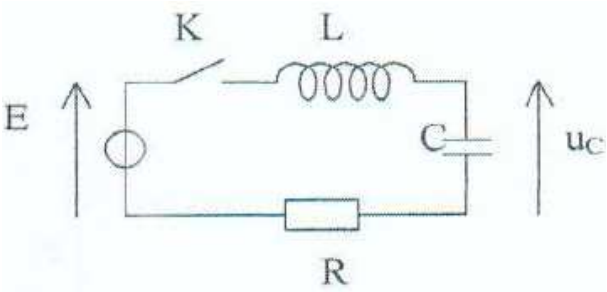

FIGURE 27 –

►**1.** Donner l'équation différentielle exprimant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction des paramètres du circuit.

►**2.** Résoudre l'équation différentielle précédente et donner l'expression littérale de la fonction $u_C(t)$.
- Quelle valeur littérale aurait-il fallu donner à R pour obtenir le régime critique ?
- Dans le cas du régime critique, donner l'allure de la courbe $u_C(t)$.
- Quelle application pratique présente ce régime ?
- Avec la valeur $R = 10\Omega$ dans l'expérience, quel est le régime de fonctionnement du circuit ? (on prendra $L = 0.5$ H, ou la valeur trouvée dans la partie précédente).

►**3.** Proposer un montage permettant de visualiser les régimes transitoires en précisant les connexions à l'oscilloscope. Quel type de tension doit délivrer le générateur ? Quelle condition doit-on imposer à la période de la tension délivrée par le générateur ?

►**4.** Actuellement de quel autre moyen dispose-t-on pour visualiser ces régimes ?

Exercice 14 Oscillations électriques (d'après CAPES 2000)

A Oscillations électriques forcées

Un dipôle AB est constitué d'un conducteur ohmique de résistance R, d'une bobine d'inductance L, de résistance négligeable et d'un condensateur de capacité C branchés en série. Il est alimenté par un générateur

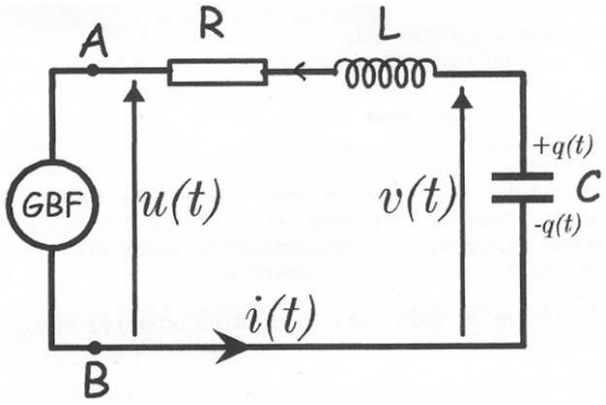

FIGURE 28 –

basse fréquence, supposé idéal, qui délivre une tension alternative sinusoidale $u(t)$ de valeur efficace U_0 : $u(t) = U_0\sqrt{2}\cos\omega t$, où ω est la pulsation et t le temps.

Etude de la tension $v(t)$ aux bornes du condensateur de capacité C

►**1.** En tenant compte des conventions indiquées sur le schéma, écrire les relations entre $v(t)$ et $q(t)$, et entre $i(t)$ et $q(t)$.

►**2.** On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q_0 = \frac{\sqrt{L}}{R\sqrt{C}}$. Calculer la valeur de ces grandeurs pour $R = 135\Omega$, $L = 0.04$H et $C = 22$ nF.

►**3.** Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $v(t)$ aux bornes du condensateur en faisant apparaître la tension $u(t)$ et les grandeurs ω_0 et Q_0.

Etude du régime forcé

►**1.** Pourquoi dit-on que le dipôle AB est en régime forcé ? Quelle est l'allure de la courbe observée lorsque l'on applique la tension $v(t)$ aux bornes d'un oscilloscope utilisé en mode balayage ?

►**2.** On convient de noter $\underline{u}(t)$ et $\underline{v}(t)$ les tensions complexes associées aux tensions $u(t)$ et $v(t)$. Etablir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}(t)}{\underline{u}(t)}$ en fonction de Q_0 et de $x = \omega/\omega_0$.

►**3.** Le générateur délivrant une tension de pulsation $\omega = 31500\text{rad.s}^{-1}$, on observe simultanément les variations de $u(t)$ et de $v(t)$ sur l'écran d'un oscilloscope utilisé en mode balayage. La tension $v(t)$ aux bornes du condensateur est-elle en «avance ou en retard de phase» sur la tension $u(t)$ délivrée par le générateur ? Calculer le déphasage φ entre $u(t)$ et $v(t)$.

Etude de la résonance en intensité

►**1.** Donner l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle AB en fonction de la résistance R du dipôle AB, de Q_0 et de x. Pour une tension de pulsation $\omega = 31500\text{rad.s}^{-1}$, calculer la valeur de l'impédance réelle Z du circuit avec les données numériques précédentes.

►**2.** En déduire qu'il existe un maximum d'intensité dans le dipôle AB lorsque la pulsation ω du générateur varie.

►**3.** Pour $U_0 = 5.4$ volts, calculer, à la résonance, les valeurs de l'intensité efficace I_0 dans le circuit et de la tension efficace V_0 aux bornes du condensateur.

►**4.** Qu'appelle-t-on «bande passante» à moins trois décibels du dipôle AB pour la résonance en intensité ? Etablir l'expression de la largeur $\Delta\omega$ de cette bande passante en fonction de ω_0 et de Q_0. Calculer $\Delta\omega$. Que caractérise le coefficient Q_0 ?

B Etudes des oscillations électriques libres

Le dipôle AB précédent est maintenant relié à un commutateur à deux voies K (Figure 29). Lorsque le commutateur K est basculé en position 1, le condensateur se charge sous la tension E délivrée par un générateur de tension constante. Le condensateur une fois chargé, on bascule à l'instant $t = 0$ le commutateur

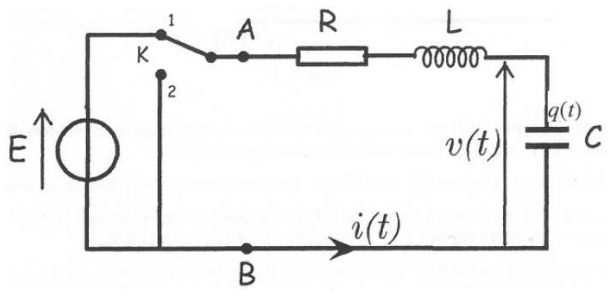

FIGURE 29 –

K en position 2.

►1. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension $v(t)$ aux bornes du condensateur pour des instants $t \geqslant 0$?

►2. Quelles sont les conditions initiales de la décharge du condensateur : tension $v(t = 0)$ et courant initial $i(t = 0)$?

►3. Afin d'obtenir une forme réduite de l'équation différentielle, on introduit la grandeur $\tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}$ et le degré d'amortissement $\alpha = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$. Ecrire l'équation différentielle réduite vérifiée par la tension $v(\tau)$ aux bornes du condensateur, en introduisant les variables τ et α.

►4. Montrer, sans résoudre l'équation différentielle, qu'il existe, selon les valeurs de α, deux régimes principaux d'évolution de la tension $v(\tau)$. Donner l'allure des variations de la tension $v(\tau)$ dans chacun de ces deux régimes.

►5. Pour quelle valeur de α passe-t-on d'un régime à l'autre ? Pour cette valeur de α, donner l'expression de la résistance du circuit. Comment nomme-t-on cette résistance ? Calculer sa valeur pour le circuit précédent avec $L = 0.04$ H et $C = 22$ nF.

C Oscillations électriques entretenues

On s'intéresse maintenant à un dispositif électronique permettant d'entretenir les oscillations libres du montage précédent.

Résistance négative

L'amplificateur opérationnel est supposé idéal. En régime linéaire sa tension de sortie est, en valeur absolue, inférieure à la valeur de la tension de saturation notée V_{sat}. On réalise le montage de la Figure 30. Toutes les grandeurs principales sont définies sur le schéma.

►1. En régime linéaire, déterminer en respectant les conventions du schéma, la relation entre la tension $u(t) = V_A - V_B$ aux bornes du dipôle AB, l'intensité $i(t)$ et la résistance R_0.

►2. Quelle est la puissance instantanée dissipée dans le dipôle RLC ? Comment choisir la valeur de la résistance R_0 pour obtenir l'entretien des oscillations ? D'où provient l'énergie reçue par le dipôle RLC série ?

Oscillateur de Van der Pol

►1. Pour tenir compte des non-linéarités du montage, la caractéristique $u = f(i)$ du dipôle AB (Figure 31), réalisé avec l'amplificateur opérationnel, est modélisée par une courbe d'équation unique de la forme $u = -R_0 i + bi^3$. Montrer que cette fonction admet deux extremums pour des valeurs algébriques de i que l'on déterminera. Tracer l'allure de cette caractéristique.

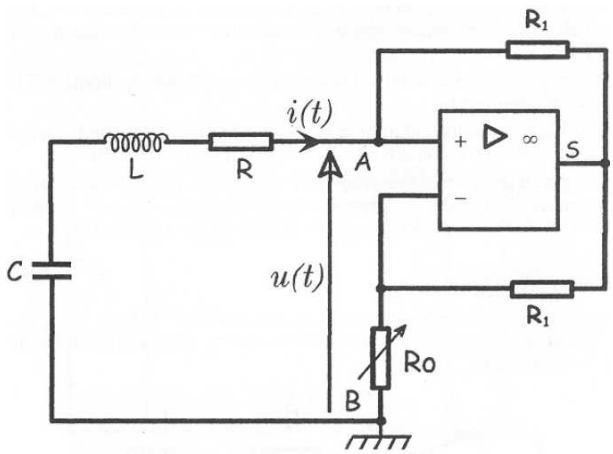

FIGURE 30 –

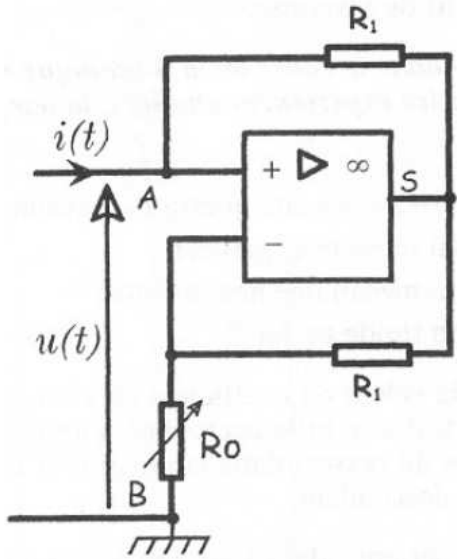

FIGURE 31 –

►**2.** Le présent montage (Figure 31) est relié au dipôle RLC précédemment étudié. Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ en faisant intervenir R_0, R, L, C et b.

►**3.** Dans cette équation différentielle, on effectue un changement de variable en posant $x = i$ et $\tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}$. On observe que x et ses dérivées par rapport à τ vérifient l'équation différentielle suivante caractéristique d'un oscillateur de Van der Pol :

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} - \alpha(1 - \beta x^2)\frac{dx}{d\tau} + x = 0$$

Etablir les expressions de α et β en fonction de R_0, R, L, C et b. En déduire la condition sur R_0 et R imposée par la condition $\beta \geqslant 0$, condition de stabilité de l'oscillateur de Van der Pol.

Exercice 15 Etude d'un générateur de balayage (d'après CAPES 2008)

Le faisceau d'électrons est focalisé par une lentille magnétique en un point de l'échantillon à analyser. Afin de réaliser une image complète de celui-ci, il est nécessaire de dévier le faisceau afin que le point de focalisation balaie sa surface. Dans le microscope électronique à balayage, cette opération est réalisée soit par une bobine de déflexion, soit par des paires de plaques. ces dispositifs sont commandés par un signal "en rampes" fourni par un générateur de balayage. Ce signal sert à synchroniser l'affichage de l'image, sur un écran cathodique par exemple.
On se propose d'analyser le fonctionnement d'un générateur de rampes représenté sur la figure 32. Les seules sources sont les alimentations continues $\pm V_0$ des amplificateurs opérationnels et ne sont pas représentées ; on prend $V_0 = 15$ V.
On utilise dans la suite la notation V_M pour désigner le potentiel en un point M.

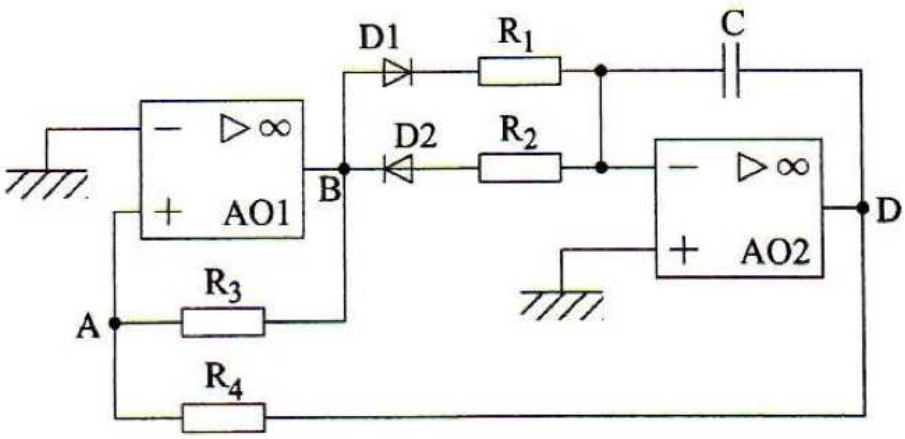

FIGURE 32 – Générateur de rampes à amplificateurs opérationnels

A Chaque diode et chaque amplificateur opérationnel (AO) est supposé idéal dans le montage.

►**1.** Tracer la caractéristique $i = f(U)$ d'une diode idéale en convention récépteur ; on précisera sur un schéma les orientations choisies pour i et U (la tension de seuil est supposée nulle dans la modélisation).

►**2.** On note $\varepsilon = V_+ - V_-$ la tension différentielle d'entrée d'un AO et V_s sa tension de sortie. Tracer la caractéristique $V_s = f(\varepsilon)$ d'un AO idéal et préciser dessus les régimes de fonctionnement.

►**3.** Que peut-on dire des courants arrivant aux entrées inverseuse et non inverseuse d'un AO idéal ?

►**4.** Qu'appelle-t-on diviseur de tension ? Enoncer et démontrer la formule du diviseur de tension.

►**5.** Montrer que le potentiel V_A vérifie l'équation

$$V_A = \frac{R_3 V_D + R_4 V_B}{R_3 + R_4}$$

►**6.** Justifier simplement que l'AO1 du montage fonctionne en régime saturé et que l'AO2 fonctionne en régime linéaire.

►**7.** Reconnaissez-vous des blocs dans le montage ? Pouvez-vous en déduire qualitativement le fonctionnement du dispositif (on précisera la nature des évolutions de V_B et V_D).

B On s'intéresse à une phase de fonctionnement du montage pendant laquelle l'AO1 est en sortie haute : $V_B = V_0$ pour $0 \leq t \leq t_1$.

►**1.** Montrer que la diode D_1 est passante et que la diode D_2 est bloquée. En déduire que

$$V_0 = -R_1 C \frac{dV_D}{dt}$$

►**2.** Initialement, le condensateur est déchargé. Que vaut $V_D(t = 0^+)$? Trouver la loi d'évolution $V_D(t)$ pour $0 \leq t \leq t_1$.

►**3.** Exprimer $V_A(t)$. A quelle condition, portant sur R_3 et R_4, l'AO1 peut-il basculer à un instant t_1 en sortie basse ? On suppose cette condition validée dans le montage. Exprimer l'instant t_1 de basculement.

C On s'intéresse à la phase suivante de fonctionnement du montage, après l'instant t_1.

►**1.** Montrer qu'à présent la diode D1 est bloquée et que la diode D2 est passante. En déduire que

$$V_0 = R_2 C \frac{dV_D}{dt}$$

►**2.** Trouver la loi d'évolution $V_D(t)$ après l'instant t_1 et déterminer l'instant t_2 de basculement de l'AO1.

►**3.** Montrer que le montage produit en régime établi des signaux périodiques de fréquence

$$f = \frac{1}{2C(R_1 + R_2)} \frac{R_3}{R_4}$$

D Les figures 33, 34 et 35 sont des impressions d'écran d'oscilloscope (pour diverses bases de temps) de ce qu'un élève a obtenu en séance de travaux pratiques pour le signal $V_D(t)$.

►**1.** Sachant que $V_0 = 15$ V, $R_4 = 82$ kΩ et $C = 0.1\mu$F, déterminer à partir des tracés les valeurs des résistances R_1, R_2 et R_3.

►**2.** Lors de la séance de travaux pratiques, l'élève avait à sa disposition pour réaliser R_1, R_2 et R_3 des résistances pour lesquelles les deux chiffres significatifs ne peuvent faire partie que des valeurs suivantes : 10, 18, 27, 39 et 62 (partie de la série normalisée E24). Donner pour chaque résistance R_1, R_2 et R_3, la valeur la plus probable utilisée par l'élève.

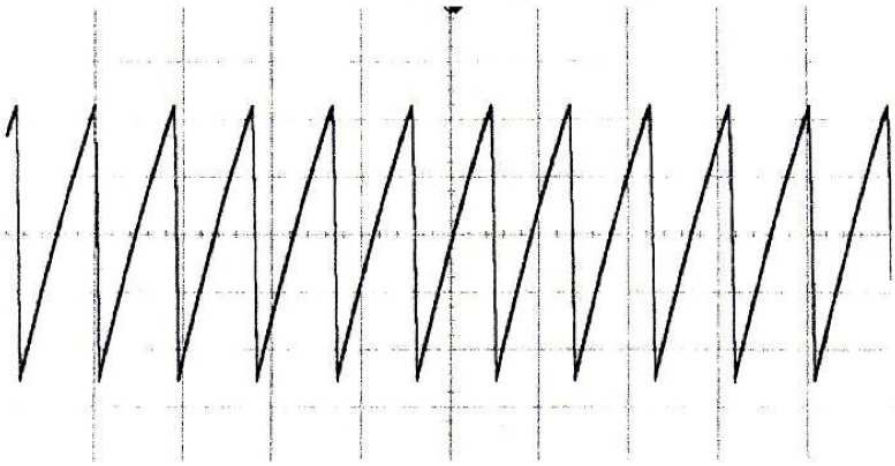

FIGURE 33 – Signal $V_D(t)$ pour 5V/div et 20ms/div

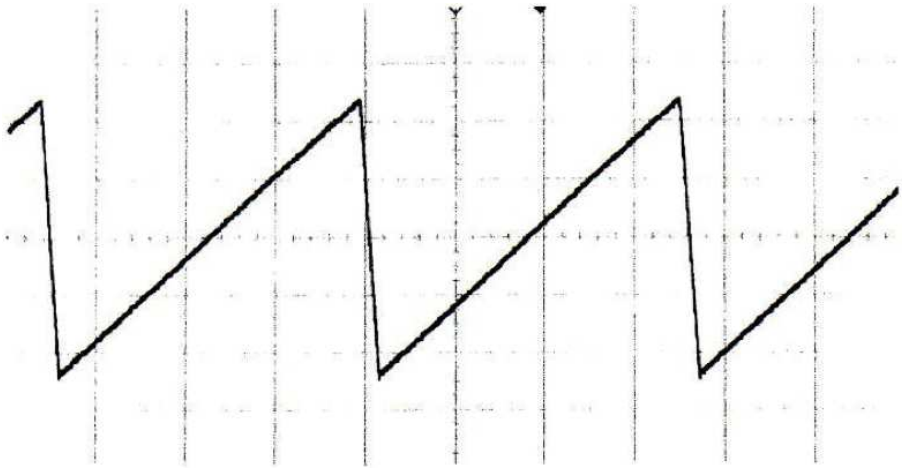

FIGURE 34 – Signal $V_D(t)$ pour 5V/div et 5ms/div

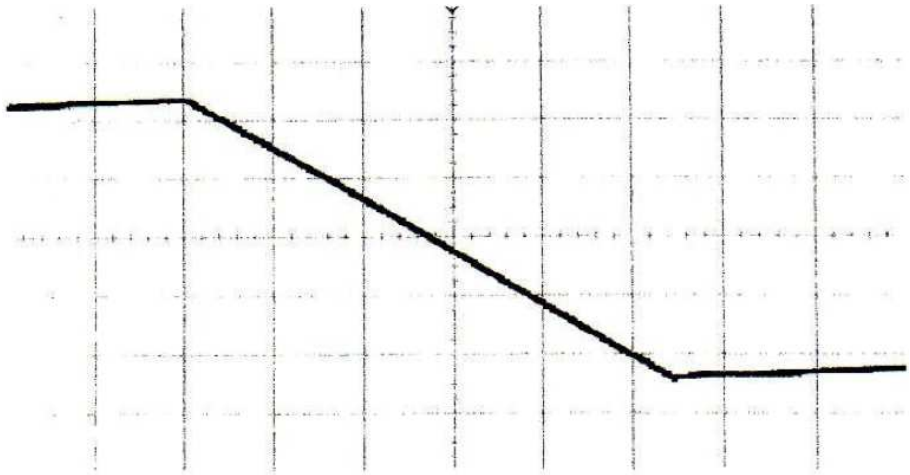

FIGURE 35 – Signal $V_D(t)$ pour 5V/div et 200μs/div

Exercice 16 Quelques étages d'un phasemètre électronique de principe (d'après CAPES 2010)

A L'étage principal

L'étage principal d'un phasemètre de principe est constitué d'un multiplieur suivi d'un filtre RC (voir figure 36). Le signal de tension $\nu_e(t) = \nu_0 \cos(\omega_0 t)$ est proportionnel à l'amplitude de l'onde sonore émise. Celui de tension $\nu_r(t) = \nu_1 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est proportionnel à l'amplitude de l'onde sonore reçue après réflexion. Leurs pulsations sont identiques. On souhaite mesurer le déphasage entre ces deux signaux, ce que l'on va faire au moyen du montage dont le schéma est représenté sur la figure 36.
On note $\underline{\nu}$ la grandeur complexe associée à la grandeur sinusoidale $\nu(t)$.

►**1.** Un multiplieur est-il un composant actif ?

►**2.** Soit $\nu_s(t) = k\nu_e(t)\nu_r(t)$, la tension en sortie du multiplieur de constante caractéristique k. Préciser l'unité de k, donner l'expression linéarisée de $\nu_s(t)$ et représenter son spectre fréquentiel. Calculer la valeur moyenne de la tension $\nu_s(t)$.

►**3.** Etablir l'expression complexe de la fonction de transfert du filtre RC, $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{\nu_f}}{\underline{\nu_s}}$, où ω représente la pulsation des signaux. Préciser la nature de ce filtre.

►**4.** Etablir l'expression de son gain en décibel $G_{db}(\omega)$ et représenter la courbe de Bode asymptotique correspondante.

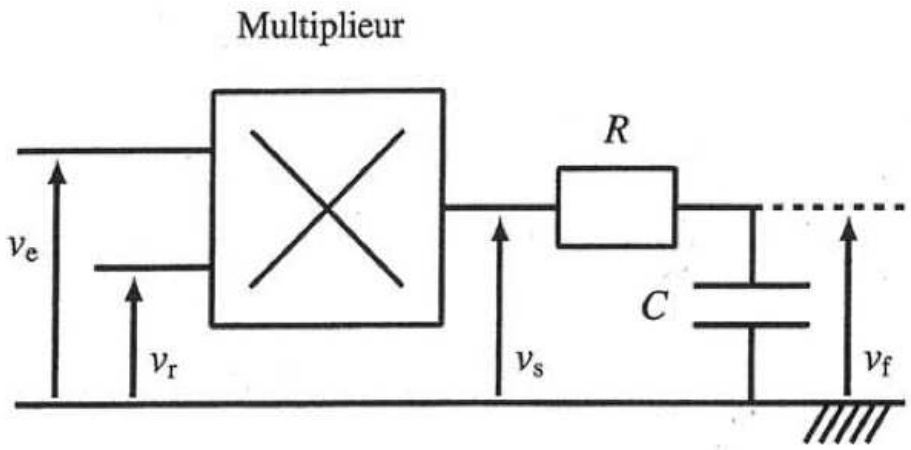

FIGURE 36 – Un étage du phasemètre

►**5.** Etablir une inégalité liant R, C et ω_0 permettant de ne sélectionner qu'une seule composante spectrale du signal $\nu_s(t)$. Donner, dans ces conditions, l'expression du signal $\nu_f(t)$. Quelle fonction réalise alors l'étage RC ?

B Extraction du signal

Du fait de son trajet entre le télémètre et la cible, l'onde récupérée sous forme électrique est perturbée (voir figure 37). On modélise ces perturbations par un signal sinusoidal de fréquence différente de celle

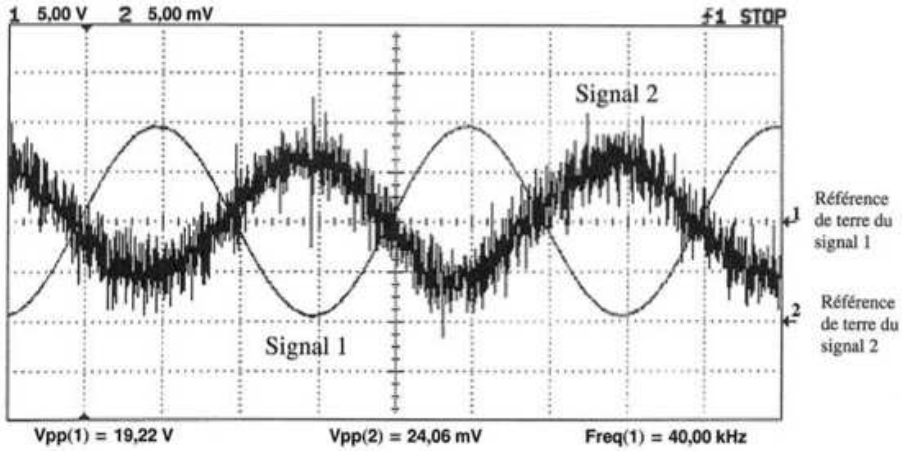

FIGURE 37 – Signaux électriques issus du télémètre

recherchée, noté $\nu_b(t) = \nu_2 \cos(\Omega t)$. Sur les entrées du multiplieur nous avons donc en réalité les signaux $\nu_e(t) = \nu_0 \cos(\omega_0 t)$ et $\nu_r(t) = \nu_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) + \nu_2 \cos(\Omega t)$.

►**1.** Etablir l'expression linéarisée de $\nu_s(t)$.

►**2.** On suppose que $\Omega \gg \omega_0 \gg 1/(RC)$. En déduire $\nu_f(t)$ et conclure quant à l'intérêt de ce montage. Quel nom donne-t-on à cette technique ? Citer une expérience où cette technique peut être utilisée.

C Amplification du signal

Le signal récupéré par le télémètre étant fortement atténué, une amplification est nécessaire. Les constructeurs proposent des amplificateurs d'instrumentation intégrés de structure simple, proche de celle de la figure 38. Les amplificateurs opérationnels sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

►**1.** Qu'est-ce qu'un amplificateur opérationnel idéal ? Tracer sa caractéristique. Justifier le fonctionnement en régime linéaire des amplificateurs opérationnels du circuit de la figure 38.

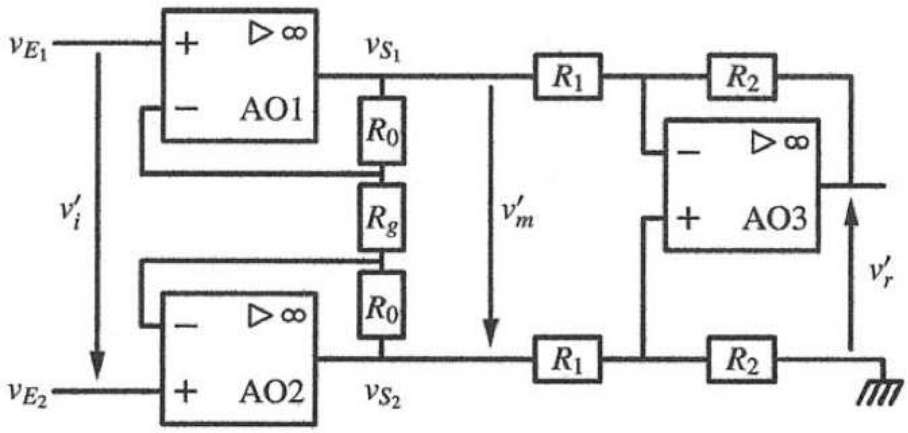

FIGURE 38 – Etage amplificateur

►**2.** On suppose qu'un même courant traverse les résistances R_0 et R_g. En déduire alors l'expression de $\underline{H}_{12}(j\omega) = \underline{\nu'}_m/\underline{\nu'}_i$.

►**3.** Déterminer l'expression de $\underline{H}_3(j\omega) = \underline{\nu'}_r/\underline{\nu'}_m$. En déduire que $\underline{\nu'}_r = \frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{2R_0}{R_g}\right)\underline{\nu'}_i$.

►**4.** Pour le signal 2 de la figure 37 , supposé visualisé avant amplification, estimer la valeur maximale du coefficient d'amplification à ne pas dépasser.