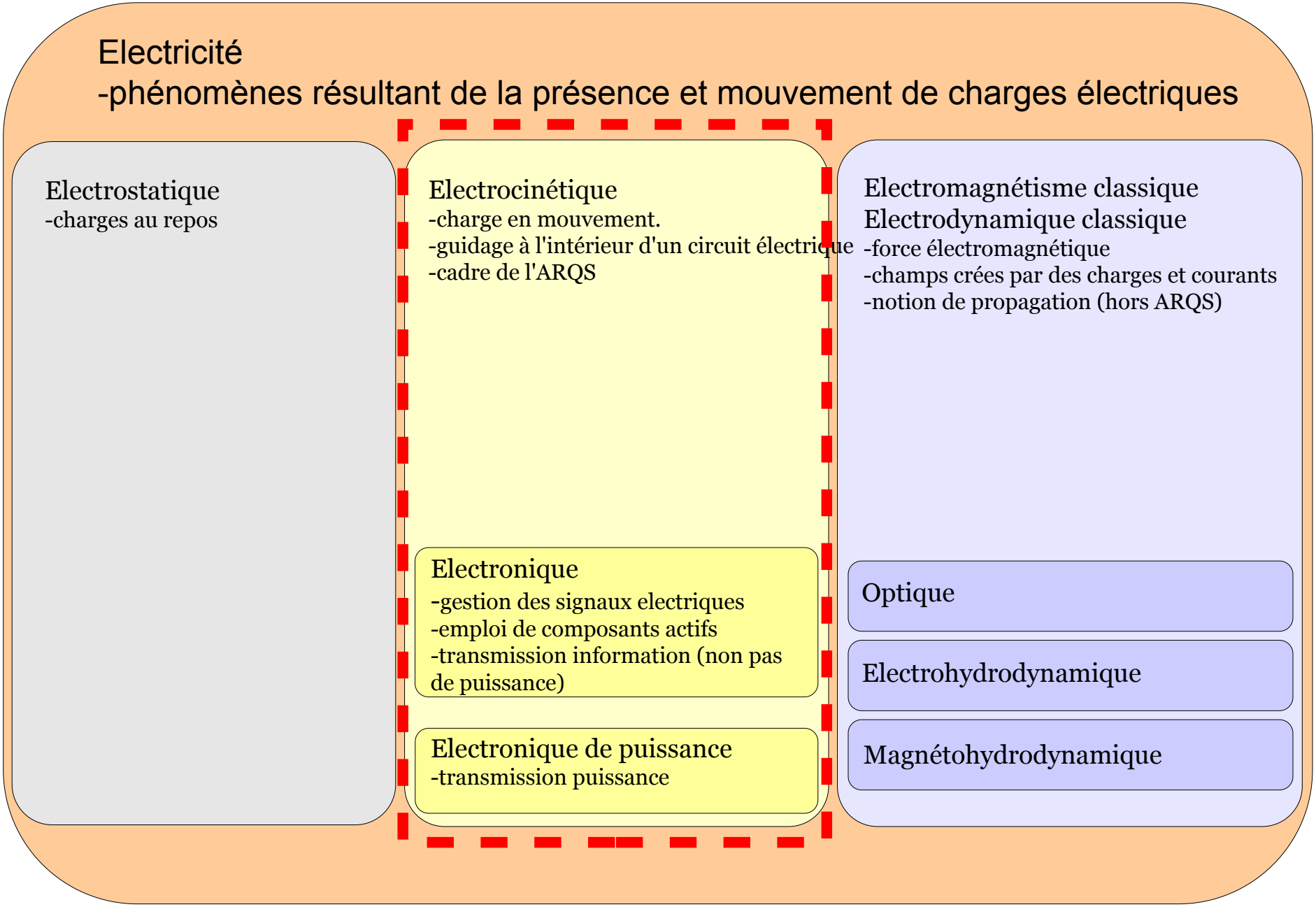
Electricité-Electrocinétique
2011-2012

Christophe Raufaste
Christophe.Raufaste@unice.fr

Master EFTIS, M1
IUFM de Nice

Introduction :



Programme Electrocinétique

PCSI ou 1ère année

Lois générales (cadre de l'approximation quasi-stationnaire):

- notion de courant, de tension, de potentiel
- lois de base (lois des mailles, des noeuds)
- puissance reçue – caractère générateur, récepteur

Circuits linéaires:

- dipôles modèles R, L et C
- association de dipôles, diviseur de tension, de courant
- aspects énergétiques
- modélisation linéaire d'un dipôle actif -lois de Thévenin, Norton
- circuits RC, RL, RLC série soumis à un échelon de tension
- analogie mécanique: oscillateur harmonique amorti

Régime sinusoïdal forcé:

- signaux sinusoïdaux: amplitude, phase, pulsation, fréquence
- circuit RLC série – résonance – analogie mécanique
- outils math.: TF – notation complexe - représentation de Fresnel
- impédance complexe et lois d'association – théorème de Millman
- aspects énergétiques – puissances - facteur de puissance

Filtrage:

- filtres du 1er et 2nd ordre – fonction de transfert
- diag. Bode, puls. coupure à 3db, bande passante, fac. de qualité
- notations symboliques (p, jw, d/dt) et détermination évolution
- critère de stabilité

Programme Electrocinétique

PCSI ou 1ère année

Amplificateur Opérationnel (AO):

- modèle d'AO idéal: régimes linéaire et saturé, gain infini
- AO réel et limitations: vitesse de balayage, gain et impédances (entrée et sortie)
- montage à AO 1: amplificateur non inverseur
- montage à AO 2: comparateur à hystérésis
- montage à AO 3: suiveur (adaptation d'impédance)
- montage à AO 4: intégrateur et pseudo-intégrateur
- montage à AO 5: multivibrateur astable (PC ou 2ème année)

Diode:

- modèle idéal et diode réelle
- redressement mono et double alternance
- démodulation par détecteur de crête

TP:

- appareils usuels (oscilloscope et multimètre numériques, GBF)
- multimètre: valeur moyenne et valeur efficace vraie, ohmmètre
- oscilloscope: entrées AC, DC, mode X-Y, mode balayage, mesures (tensions, périodes, différences de phases)
- mesures d'impédance par diviseur de tension: résistance, résistances d'entrée et de sortie d'un amplificateur, inductance, condensateur

Palmarès

Composition de physique avec applications

- 2011 : 1/5, régime sinusoidal forcé, impédance complexe, calcul de puissance)
- 2010 : 1/4, phasemètre (régime sinusoïdal forcé, filtrage, montages AO, démodulation)
- 2009 : 1/3, cellule photovoltaïque (caractéristiques, dipôles RL, filtrage)
- 2008 : 1/4, générateur à balayage (montages AO, diode, dipôles RC)
- 2007 : 1/5, tube à décharge (caractéristique non linéaire,modélisation circuit)
- 2006 : 1/4, teslamètre (montages à AO)
- 2005 : 1/5, analyseur de Fourrier (régime sinusoïdal forcé, TF, filtrage)
- 2004 : non
- 2003 : 1/3, oscillateurs électriques (RLC série, régime sinusoïdal forcé, circuits couplés/modes propres)
- 2002 : non
- 2001 : 1/4, modulation/démodulation (montages AO, filtrage, diode)
- 2000 : 1/3, oscillations électriques (RLC série, régime sinusoïdal forcé, filtrage, montages AO)

Exposé expérimental (8/25)

- Modulation d'amplitude. Démodulation (n°7)
- Mesure de puissances en électricité (n°13)
- Régimes transitoires en électricité (n°16)
- Oscillations forcées en électricité (n°17)
- Amplification de tension en électronique (n°19)
- Transport énergie électrique (n°20)
- Résonance dans différents domaines de la physique (n°24)
- Filtrage et analyse harmonique (n°25)

+possibilités (Capteurs n°18)

Références

<u>Ouvrages Prépa</u> :

-Electrocinétique PCSI-MPSI-PTSI
Bernard Gendreau, Christophe Gripon, éd Nathan
-Electrocinétique PCSI (PTSI)
Gilbert Rosset, éd Bréal
-Electronique et électrocinétique, 1ère année MPSI-PCSI-PTSI
Délphine Viandier Francru, éd ellipses
-Exercices et problèmes de physique - électricité - électronique - électromagnétisme
Pierre Grécias, Jean-Pierre Migeon, éd Tec&Doc
- Electronique, électrocinétique, 1ère année MPSI-PCSI-PTSI, Hprépa
- Electronique, 2ème année PSI, Brébec, Hprépa
- Electronique, José-Philippe Perez, Dunod
-Autres ... selon goût personnel

<u>Ouvrages Concours</u> :

- Montages de Physique - Electricité, électromagnétisme, électronique, acoustique
Jean-Paul Bellier, Christophe Bouloy, Daniel Guéant, éd Dunod, collection Sciences Sup
- Expériences de Sciences Physiques – CAPES de sciences physiques
Roger Duffait, éd Bréal
- Agrégation de sciences physiques – expériences d'électronique
Roger Duffait, Jean-Pierre Lièvre, éd Bréal

<u>Sur le web</u> :

http://prepas.org/pagesperso/#PC
http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/index.html
http://www.uel-pcsm.education.fr/consultation/reference/physique/

Phénomènes naturels

poissons électriques

détection, communication, défense

foudre

aurores boréales

champ magnétique terrestre

effet dynamo

électricité statique

déplacement d'objets légers par un objet chargé

intuition

étincelles
décharge
énergie

Historique

XVIIè

triboélectricité, générateurs électrostatiques

XVIIIè

foudre = phénomène électrique (Franklin)
condensateur (stockage des charges)
loi de Coulomb (force entre charges)
bioélectricité (communications nerveuses, Galvani)

XIXè

pile (Volta 1800)
unification électromagnétisme (Ørsted, Ampère 1819)
moteur électrique (1821, Faraday)
loi d'Ohm (Ohm 1827)
induction électromagnétique (Faraday, Henry ~1830)
effet Joule (1840)
équation Maxwell (1861)
ampoule à filament (~1870)
réseau électrique (~1880)
turbine à vapeur (Parsons, 1884)
moteur à courant AC (1888)
tube cathodique (1897)

XXè

charge élémentaire (Millikan, 1909)
transistor (1920)
circuit intégré (1950-1960)
...

Lois générales

<u>Electrocinétique</u> (1 définition possible)

ensemble des phénomènes et des lois relatifs aux charges électriques en mouvement dans un circuit conducteur et dans le cadre de l'Approximation des Régimes Quasi-stationnaires (ARQS).

MOUVEMENT DE CHARGES ET COURANT ELECTRIQUE

charges: électrons, ions, trous (semiconducteurs) échelle microscopique

courant électrique (I) : flux (quantité/unité de temps) de charges électriques à travers une surface S (unité C/s ou A) échelle macroscopique

densité de courant électrique ($\vec{j}$) : vecteur densité de flux de charges électriques (unité C/s/m² ou A/m²) échelle intermédiaire

<u>ODG</u>

charge d'un e- : $-1.6\ 10^{-19}$ C

courant typique d'un circuit électrique ??

nombre de charges injectées dans un circuit par un générateur pendant 1s ??

densité de courant maximale pour un fil de cuivre : jmax = 7 $A.mm^{-2}$

section minimale pour passer un courant de 16 A ??

Lois générales

<u>Electrocinétique</u> (1 définition possible)

ensemble des phénomènes et des lois relatifs aux charges électriques en mouvement dans un circuit conducteur et dans le cadre de l'Approximation des Régimes Quasi-stationnaires (ARQS).

APPROXIMATION DES REGIMES QUASISTATIONNAIRES

L'ARQS revient à négliger tous les effets liés à la propagation des signaux électro-magnétiques sous forme de tension ou de courant.
Alors, l'**intensité est la même en tous les points d'une branche d'un circuit**.

Validité de l'ARQS pour un signal sinusoïdal : $\boldsymbol{T>>\tau}$ ou $\boldsymbol{\lambda>>l}$ ou $\boldsymbol{f<<1/\tau}$ avec $\tau=l/c$, avec

- c vitesse de propagation (tension, intensité) dans les branches du circuit.
- l dimension caractéristique du circuit
- τ durée caractéristique de propagation des signaux
- T période du signal sinusoidal, $f=1/T$ sa fréquence et $\lambda=c.T$ sa longueur d'onde

ODG: en salle de TP, $l\approx 1$m
réseau de lignes de haute tension (EDF $f=50$Hz)

Lois générales

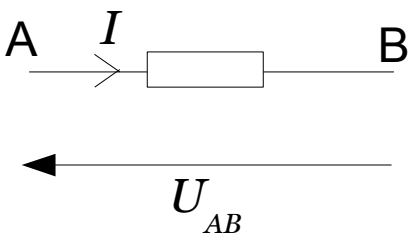
Potentiels, tension, loi d'Ohm

A l'intérieur d'un conducteur ohmique, les charges sont mises en mouvement par l'intermédiaire d'un champ électrique résultant d'une différence de potentiel

On appelle tension électrique la différence de potentiel (V_A-V_B) entre A et B. Elle s'exprime, comme le potentiel, en volts (V). Par convention, la tension U_{AB} entre les points A et B se représente dans un schéma électrique par une flèche dirigée vers le point A.

loi d'Ohm pour un conducteur ohmique

- $U_{AB} = V_A - V_B = R.I$
- interprétation microscopique



Lois générales

<u>Lois de Kirchhoff, loi des noeuds, loi des mailles :</u> Définitions

Fil de connexion : fil dont la résistance est négligeable devant les autres résistances du montage.

Masse Signal : référence des potentiels d'un circuit donné. Ce potentiel n'est pas forcément constant dans le temps (mais ce n'est pas grave puisque seules les différences de potentiels nous intéressent).

Dipôle : composant électrique limité par deux bornes, appelées encore « pôles ».

Multipôles : composant électrique dont l'accès se fait par plus de deux bornes.
En particulier : les quadripôles. Souvent, les quadripôles possèdent une borne commune entre l'entrée et la sortie. On branche un quadripôle entre un dipôle d'entrée (« source ») et un dipôle de sortie qu'on appelle dipôle d'utilisation ou encore « charge ».

Nœud : c'est un point du circuit qui est la borne commune à plus de deux dipôles (et/ou multipôles).

Branche : ensemble de dipôles montés en série et situés entre deux nœuds.

Maille : ensemble de branches formant un contour fermé qu'on ne peut parcourir en ne passant qu'une seule fois par chaque nœud intermédiaire. Une maille est orientée arbitrairement !

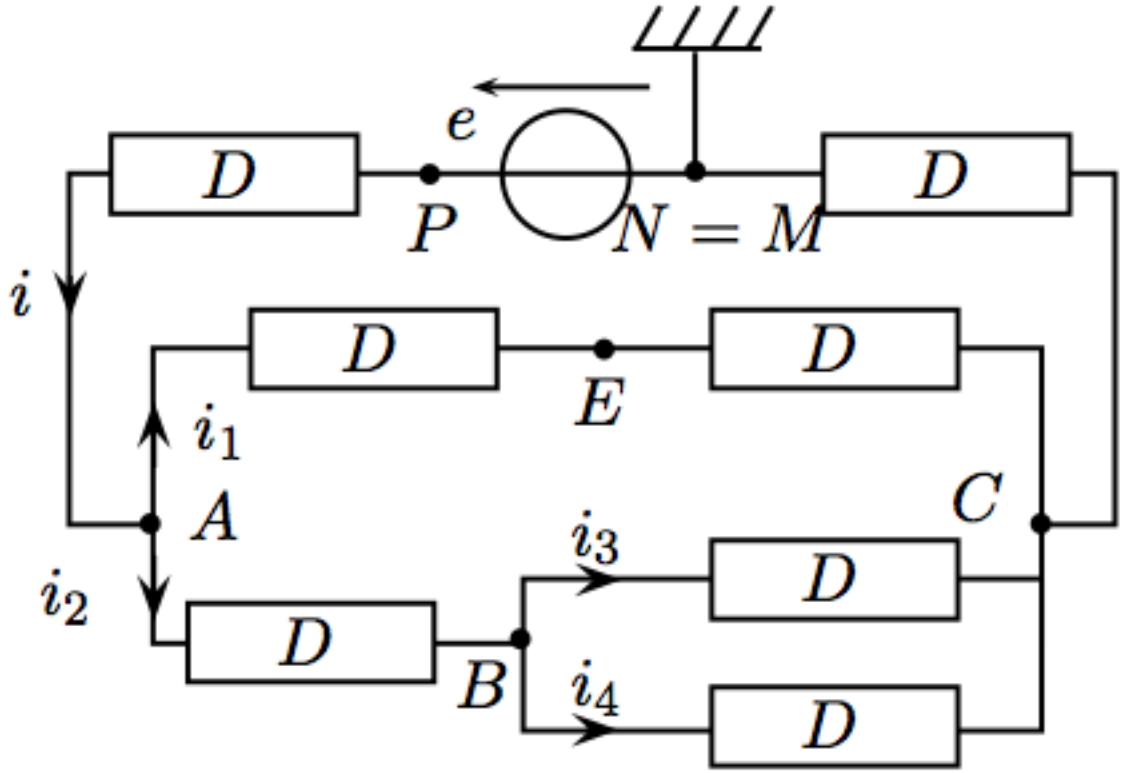
Maille élémentaire : c'est une maille délimitant dans le circuit un enclos connexe.

Réseau ou Circuit : système de conducteurs reliés les uns aux autres (par des fils de connexion) qu'on peut analyser en terme de mailles, nœuds, branches . . .

Lois générales

<u>Lois de Kirchhoff, loi des noeuds loi des mailles :</u> exemple de circuit

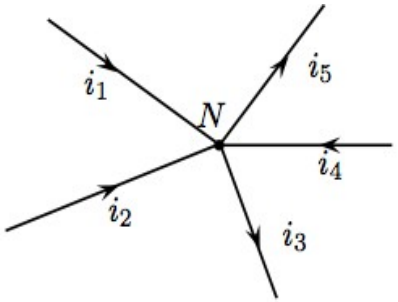
N° noeuds ?
N° branches ?
N° mailles élémentaires ?



Lois générales

<u>Lois de Kirchhoff, loi des noeuds loi des mailles</u>

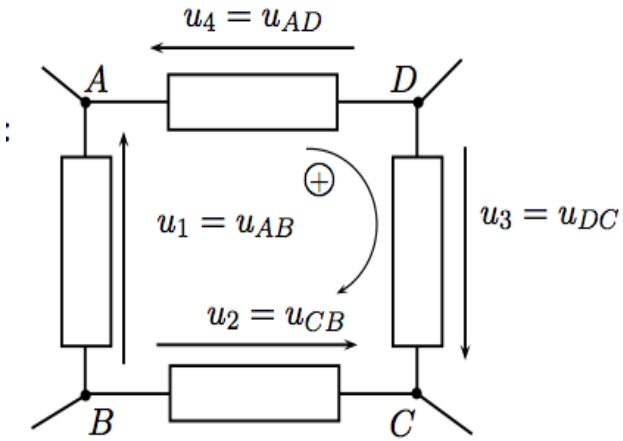
lois des noeuds : dans le cadre de l'ARQS, la somme des intensités des courants arrivant en un noeud N est égales à la somme des intensités qui en repartent.
Du coup la somme algébrique des intensités en un noeud est nulle (compte positivement les intensités qui arrivent et négativement celles qui repartent).



$$i_1 + i_2 + i_4 = i_3 + i_5$$

$$i_1 + i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

lois des mailles : dans le cadre de l'ARQS, la somme algébrique des tensions prises le long d'une maille orientée est nulle.
Du coup, si A, B et C sont trois points d'un circuit alors $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$.



$$-u_4 + u_3 - u_2 + u_1 = 0$$

$$u_{DA} + u_{CD} + u_{BC} + u_{AB} = 0$$

Lois générales

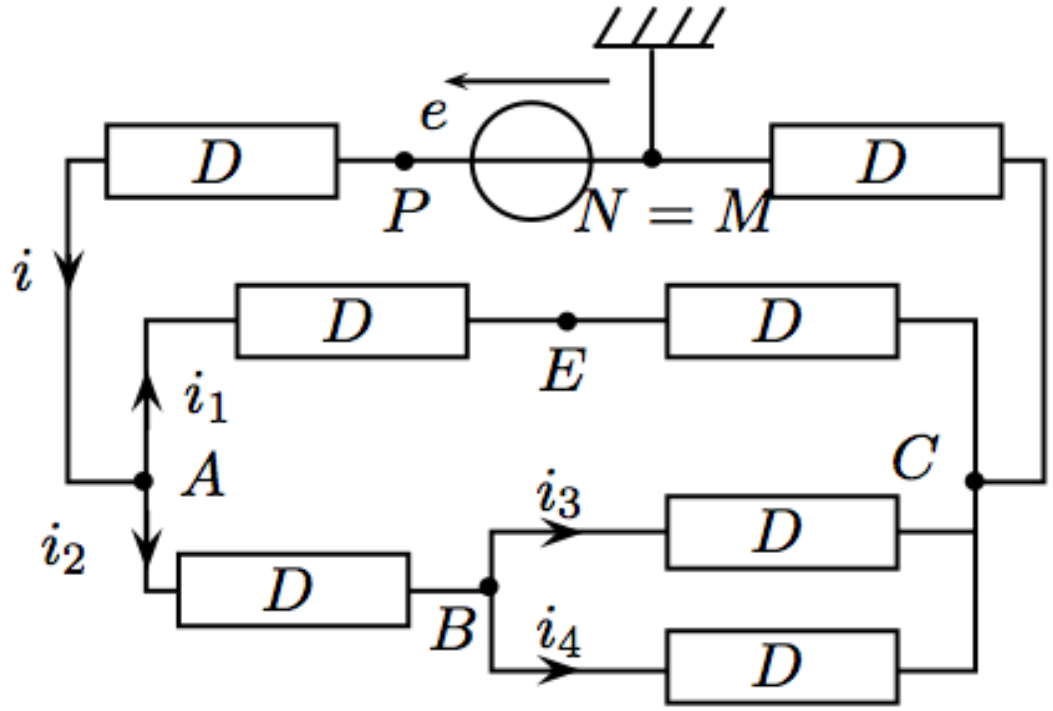
<u>Lois de Kirchhoff, loi des noeuds loi des mailles</u>

exemple de circuits

Les dipôles D sont supposés tous identiques

Écrire toutes les lois des nœuds et toutes les lois des mailles élémentaires.
Données : U_{PN} = 12 V , U_{AC} = 3, 6 V , U_{BC} = U_{AB}/2, i = 0, 042 A et i4 = 0, 012 A.

Déterminer toutes les intensités du circuit, la tension aux bornes de chaque dipôle et le potentiel de chaque point.

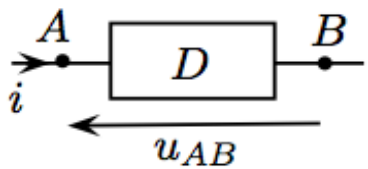


Lois générales

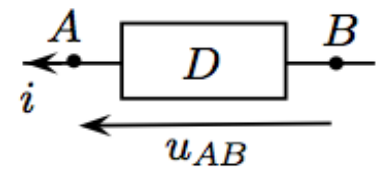
<u>caractéristique d'un dipôle - puissance</u>

2 conventions pour étudier un dipôle :

- i et u de *sens opposés* $(i = i_{A \to B})$: il s'agit de la **convention récepteur** :



- i et u sont de *même sens* $(i = i_{B \to A})$: il s'agit de la **convention générateur** :



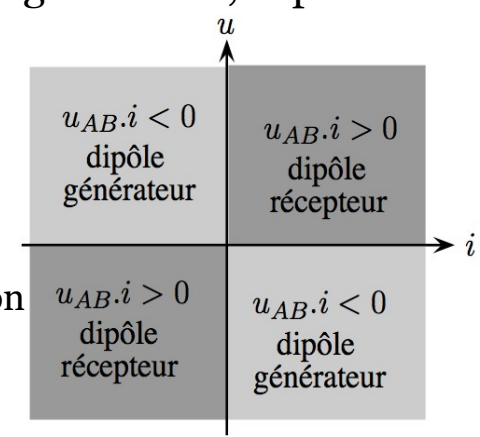
La courbe $u = u(i)$ est appelée caractéristique tension-courant du dipôle

<u>Rq</u>: Toujours indiquer la convention choisie lorsqu'on trace une caractéristique u(i) ou i(u). Pour cela, indiquer le symbole du dipôle et l'indication des sens de i et u à proximité de la caractéristique.

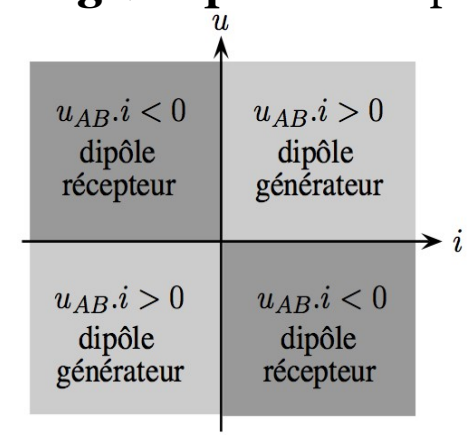
En convention récepteur, le produit ***u.i*** correspond à la puissance **algébrique** reçue par le dipôle

En convention générateur, le produit ***u.i*** correspond à la puissance **algébrique** fournie par le dipôle

convention récepteur



convention générateur



Lois générales

<u>caractéristique d'un dipôle - puissance</u>

- récepteur : il transforme de l'énergie électrique en énergie thermique, mécanique, chimique ...
  $\boldsymbol{u.i \geq 0}$ en convention **récepteur**

- générateur : il transforme de l'énergie mécanique, chimique en énergie électrique et la fournit à un circuit.
  $\boldsymbol{u.i \geq 0}$ en convention **générateur**
  force électromotrice (f.e.m) : travail (origine chimique, mécanique, ...) que fournit un générateur par unité de charge. unité: volt. La f.e.m d'un générateur correspond à sa tension à vide (i=0).

- association générateur -récepteur et point de fonctionnement

- dipôle actif - passif:

Un dipôle est dit **passif** lorsque la tension est nulle à ses bornes quand il n'est parcouru par aucun courant. Sa caractéristique tension-intensité passe donc par l'origine.
Un dipôle est dit **actif** dans le cas contraire.

Chapitre 2
Circuits linéaires

Christophe Raufaste
Christophe.Raufaste@unice.fr

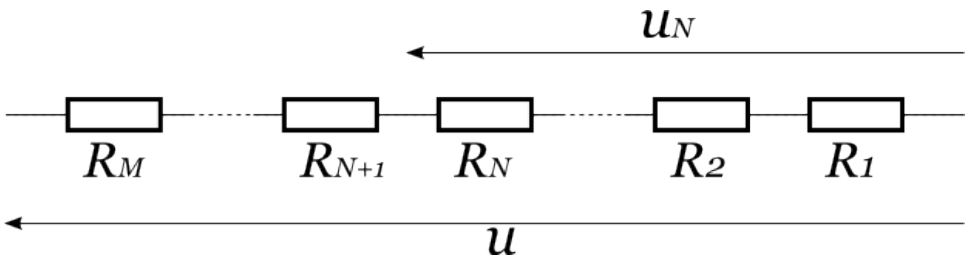
Physique 1 - Master EFTIS
IUFM de Nice

Circuits linéaires : association de dipôles

<u>diviseur de tension</u>

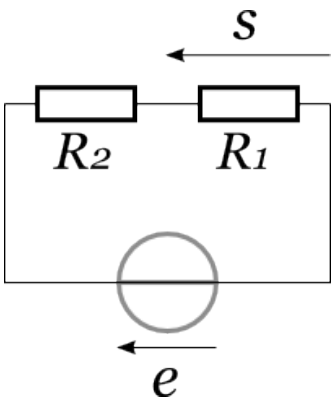
conséquence directe de l'application des lois des noeuds et des mailles

- cas général :



$$u_N = \frac{\sum_{i=1}^{N} R_i}{\sum_{j=1}^{M} R_j} u$$

- cas pratique :



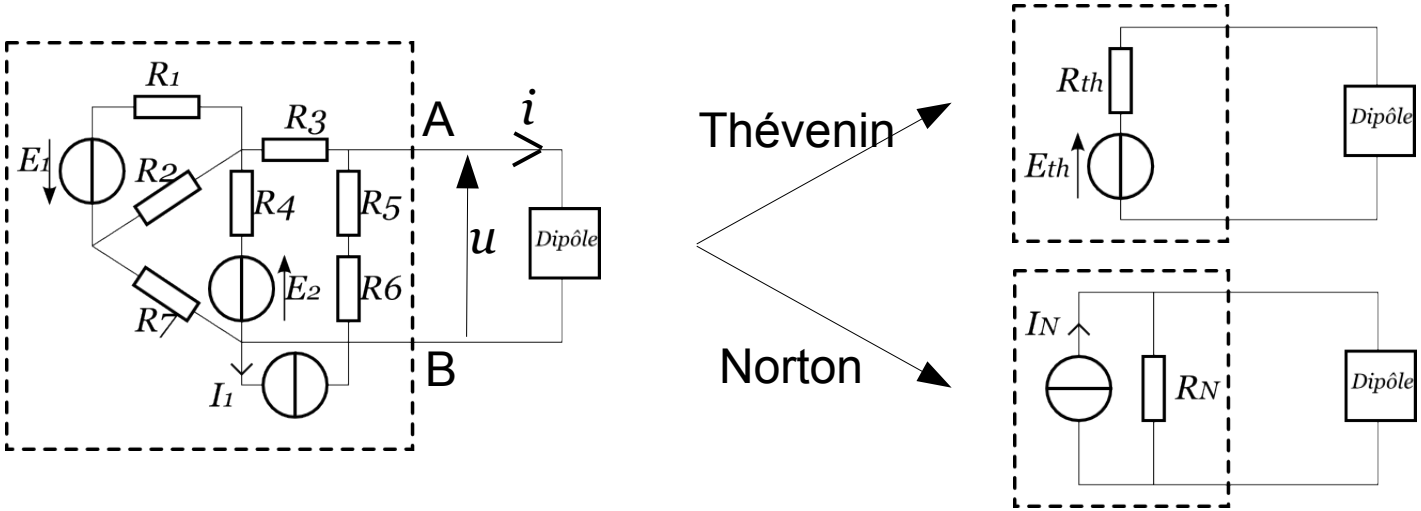
$$s = \frac{R_1}{R_1 + R_2} e$$

Circuits linéaires : association de dipôles

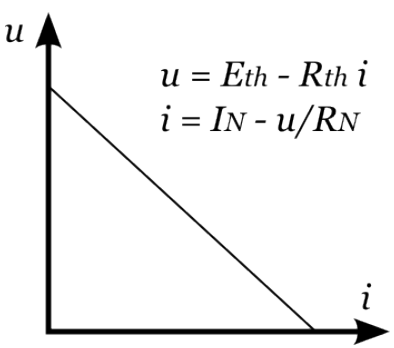
<u>modélisation linéaire d'un générateur : théorèmes de Thévenin et de Norton</u>

tout dipôle résultant de l'assemblage de sources idéales de tension, de sources de courant idéales et de résistances peut être remplacé :
- soit par un générateur de tension idéal en série avec une résistance (Thévenin)
- soit par un générateur de courant idéal en parallèle avec une résistance (Norton)

exemple :



caractéristique *u-i* :



éléments à caractériser :
Eth: tension à vide entre les bornes A et B lorsque le dipôle récepteur est déconnecté
Rth = *RN*: résistance entre les bornes A et B lorsque le dipôle récepteur est déconnecté et que les sources sont éteintes (source de tension = court-circuit, source de courant = circuit ouvert)
IN: courant de court circuit traversant AB lorsque le générateur est en court-circuit (fil entre A et B)

OU

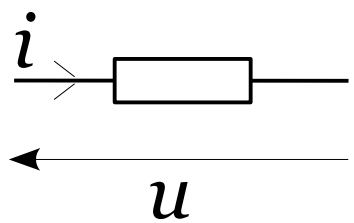
nécessité de 2 équations : cas particuliers *i*=0 (court-circuit) et *u*=0 (circuit ouvert)

Circuits linéaires : dipôles R, L et C

<u>modélisation linéaire</u>

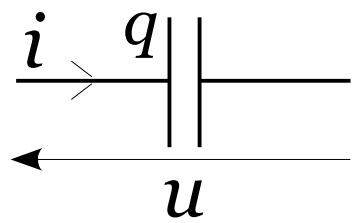
ATTENTION AUX CONVENTIONS D'ORIENTATION. Ici :
- convention récepteur pour u et i
- q : charge accumulée sur la face du condensateur donnant sur la "flèche" de u.

Résistance



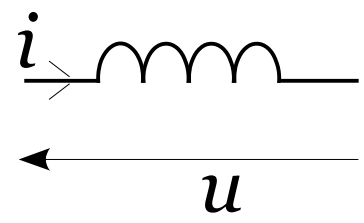
$$u = Ri$$

Condensateur



$$Cu = q$$

Bobine



$$u = L\frac{di}{dt}$$

composant	résistance	condensateur	bobine
caractéristique u-i	$u = Ri$	$Cu = q$ $C\frac{du}{dt} = i$	$u = L\frac{di}{dt}$
constante	résistance R	capacité C	inductance L
unité constante	ohm $[\Omega] = [\mathrm{V.A}^{-1}]$	farad $[\mathrm{F}] = [\mathrm{A.s.V}^{-1}]$	henry $[\mathrm{H}] = [\mathrm{V.s.A}^{-1}]$
puissance reçue	$\mathcal{P}_R = Ri^2 = \frac{u^2}{R}$	$\mathcal{P}_C = u.C\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cu^2\right)$	$\mathcal{P}_L = L\frac{di}{dt}.i = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$
aspects énergétiques	élément dissipatif puissance dissipée $\mathcal{P}_R \geqslant 0$	élément non dissipatif énergie emmagasinée/libérée énergie potentielle $\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}Cu^2$	élément non dissipatif énergie emmagasinée/libérée énergie potentielle $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li^2$

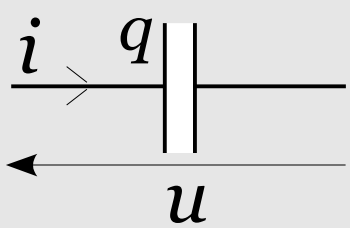
Circuits linéaires : dipôles R, L et C

<u>modélisation linéaire</u>

cas particulier : régime stationnaire (permanent continu)

$$d/dt \xrightarrow[\text{stationnaire}]{} 0$$

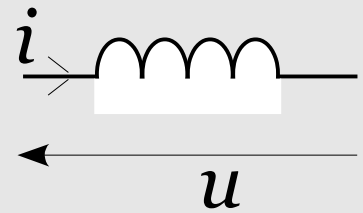
Condensateur



$$i = C\frac{du}{dt} \xrightarrow[\text{stationnaire}]{} i = 0$$

En régime stationnaire le condensateur se comporte comme un **circuit ouvert** (interrupteur ouvert)

Bobine



$$u = L\frac{di}{dt} \xrightarrow[\text{stationnaire}]{} u = 0$$

En régime stationnaire la bobine se comporte comme un **coupe-circuit** (interrupteur fermé)

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>définitions</u>

- **réponse** (ou **régime**) **libre** d'un circuit : évolution de celui-ci en l'absence de tout générateur.
- le régime du circuit est dit **stationnaire** (ou **continu**) lorsque toutes les grandeurs électriques du circuit (intensités, tensions) sont des constantes du temps.
- entre le moment où toutes les sources sont éteintes et celui où le régime stationnaire est établi, on a un régime **transitoire**.
- dans le cas général, on parle de régime **permanent** le régime atteint aux temps longs (i.e., après le régime transitoire). Si comme ci-dessus les grandeurs électriques sont des constantes, on parle de régime stationnaire (ou permanent continu). Si elles évoluent de façon sinusoïdale, on parle de régime permanent sinusoïdal.

<u>forme générale des équations</u>

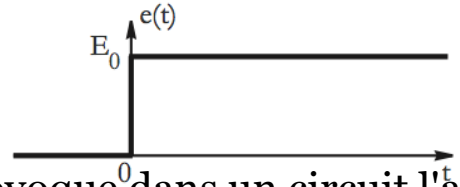
Le réseau étant linéaire, l'évolution de toute grandeur électrique (intensité, tension, charge d'un condensateur) est décrite par une équation linéaire à coefficients constants de la forme :

$$D_n \frac{\mathrm{d}^n x}{\mathrm{d}t^n} + D_{n-1} \frac{\mathrm{d}^{n-1} x}{\mathrm{d}t^{n-1}} + \ldots + D_1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + D_0 x = f(t)$$

où l'ordre n de l'équation différentielle définit l'**ordre du circuit**.

<u>échelon de tension</u>

Un générateur délivre un échelon de tension lorsque la tension à ses bornes a la forme suivante :



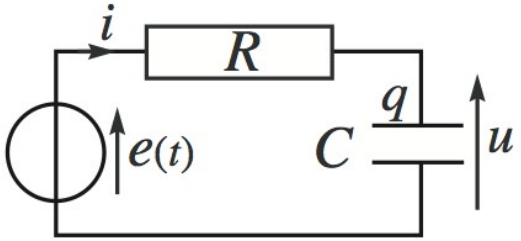
$$\begin{cases} \text{pour } t < 0 : & e(t) = 0 \\ \text{pour } t > 0 : & e(t) = E_0 \end{cases}$$

Une telle tension provoque dans un circuit l'apparition d'un régime transitoire puis d'un régime permanent continu. Cette évolution du circuit porte le nom de **réponse indicielle**.

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>exemple</u> : circuit du 1er ordre

$$RC\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u = e(t)$$



On montre que la solution générale d'une telle équation se met toujours sous la forme

$$u(t) = \underbrace{u_G}_{\text{régime libre (transitoire)}} + \underbrace{u_P}_{\text{régime forcé imposé par la source}}$$

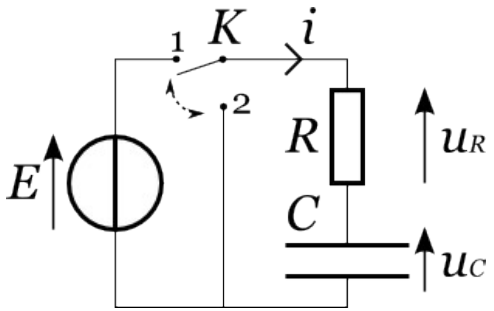
où :

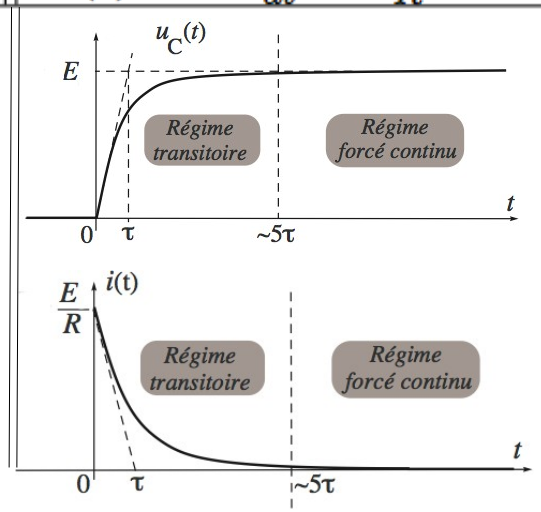
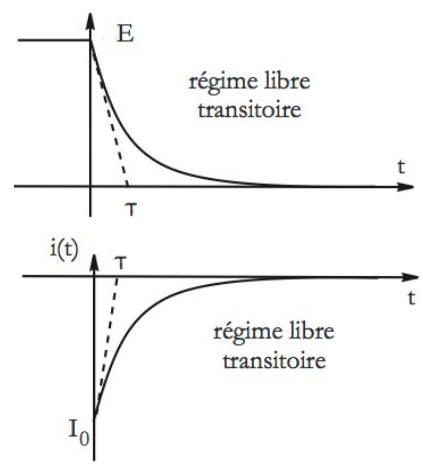
- u_G est la solution générale de l'équation homogène (i.e., équation sans 2nd membre). Elle correspond au régime libre du circuit (absence de source).
- u_P est une solution particulière de l'équation avec 2nd membre. Elle correspond au régime forcé imposé par la source.

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>circuit RC série</u>

- réponse indicielle

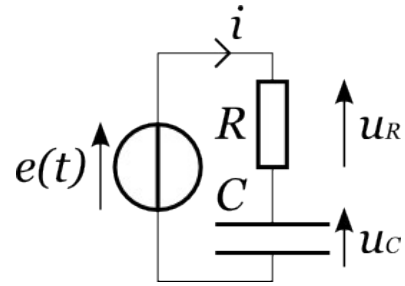


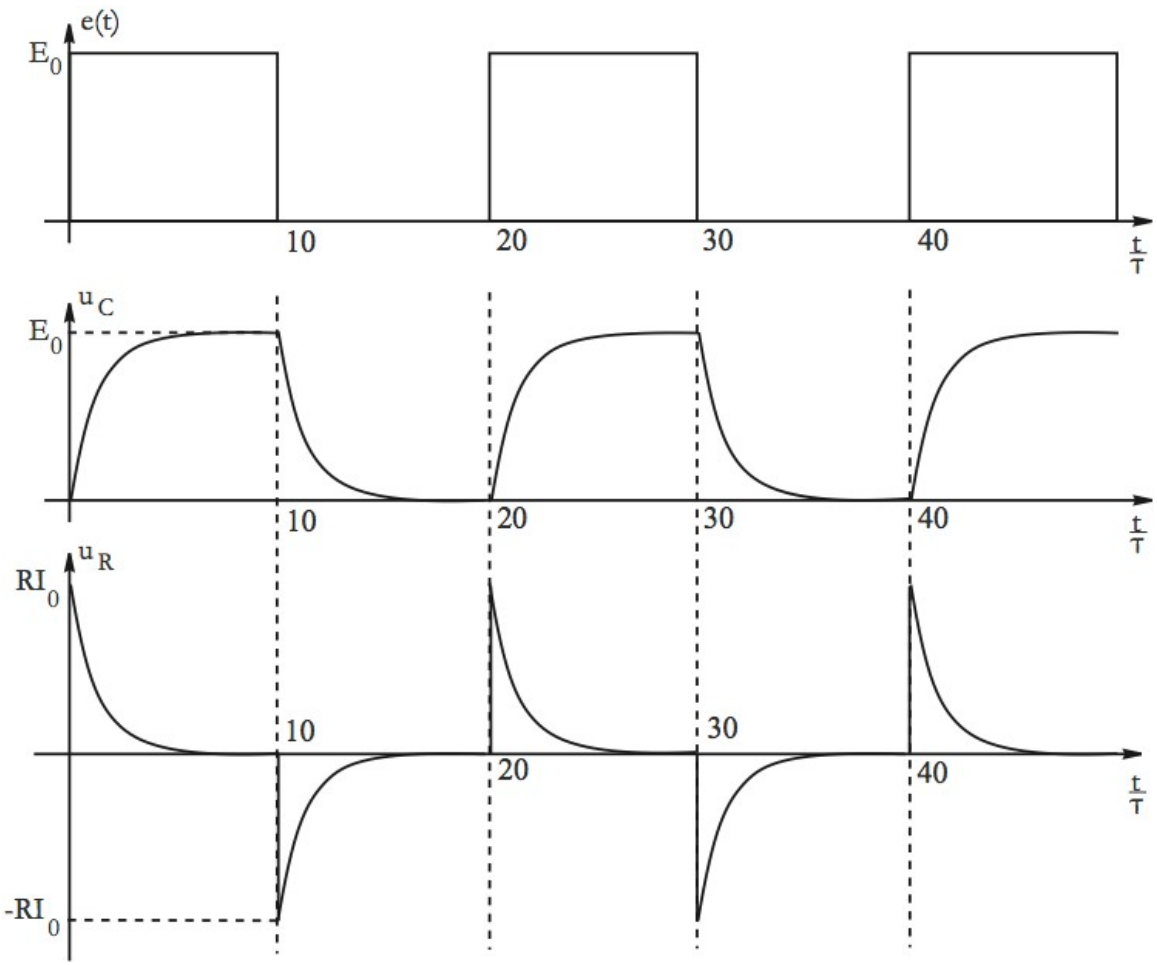
situation	charge du condensateur $K : 2 \to 1$	décharge du condensateur $K : 1 \to 2$
équation différentielle (1er ordre)	$\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E$ $\tau = RC$	$\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ $\tau = RC$
conditions initiales	$u_C(0) = 0$	$u_C(0) = U_0$
tension $u_C(t)$	$u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$	$u_C(t) = U_0 e^{-t/\tau}$
intensité $i(t)$	$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$	$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = -\frac{U_0}{R} e^{-t/\tau}$
allures : $u_C(t)$ $i(t)$		

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>circuit RC série</u>

- signal créneau périodique en entrée

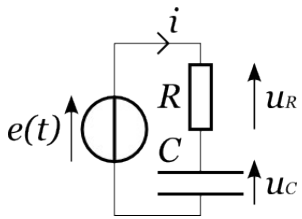


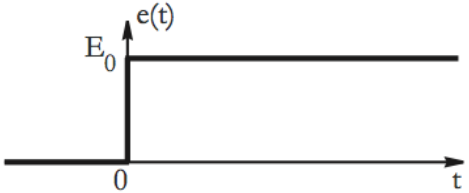


Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>circuit RC série</u>

- aspect énergétique





$$\begin{cases} \text{pour } t < 0 : & e(t) = 0 \\ \text{pour } t > 0 : & e(t) = E_0 \end{cases}$$

loi des mailles :

$$\begin{aligned} & e &= & Ri &+& u_C \\ (\times i) \quad & ei &= & Ri^2 &+& u_C i \\ & &= & Ri^2 &+& C u_C \frac{du_C}{dt} \\ & \underbrace{\mathcal{P}_e^{fournie}}_{\text{puissance fournie par le générateur}} &= & \underbrace{Ri^2}_{\text{puissance dissipée dans la résistance}} &+& \underbrace{\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cu_C^2\right)}_{\text{puissance emmagasinée/libérée par le condensateur}} \end{aligned}$$

Energie fournie par le générateur entre $t = 0$ et $t = +\infty$: $\mathcal{E}_e^{fournie} = \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_e^{fournie} dt$

$$\mathcal{E}_e^{fournie} = E_0 \int_0^{+\infty} \frac{E_0}{R} e^{-t/\tau} dt = \frac{E_0^2}{R}\tau$$

Energie reçue (dissipée) par la résistance entre $t = 0$ et $t = +\infty$: $\mathcal{E}_R^{recue} = \int_0^{+\infty} Ri^2 dt$

$$\mathcal{E}_R^{recue} = \int_0^{+\infty} R\left(\frac{E_0}{R}\right)^2 e^{-2t/\tau} dt = \frac{1}{2}\frac{E_0^2}{R}\tau$$

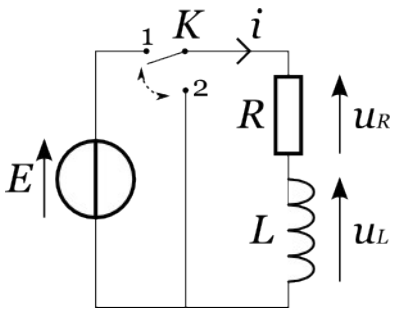
Energie reçue (ici emmagasinée) par le condensateur entre $t = 0$ et $t = +\infty$: $\mathcal{E}_C^{recue} = \int_0^{+\infty} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cu_C^2\right) dt$

$$\mathcal{E}_C^{recue} = \frac{1}{2}Cu_C(+\infty)^2 - \frac{1}{2}Cu_C(0)^2 = \frac{1}{2}\frac{E_0^2}{R}\tau$$

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

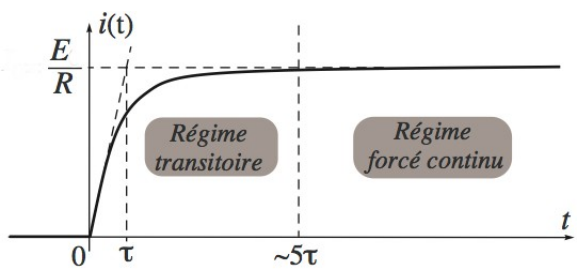
<u>circuit RL série</u>

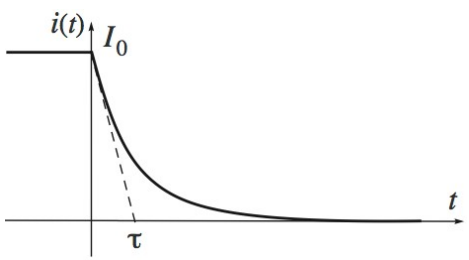
- réponse indicielle



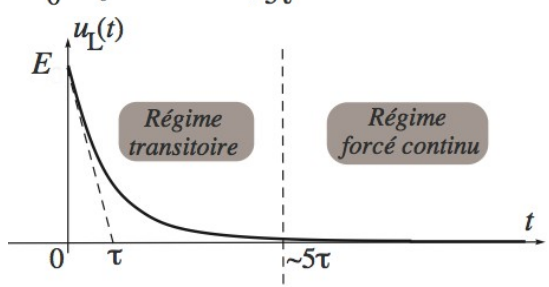
situation	établissement du courant dans la bobine $K : 2 \to 1$	arrêt du courant dans la bobine $K : 1 \to 2$
équation différentielle (1er ordre)	$\tau \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$ $\tau = R/L$	$\tau \frac{di}{dt} + i = 0$ $\tau = R/L$
conditions initiales	$i(0) = 0$	$i(0) = I_0$
intensité $i(t)$	$i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})$	$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$
tension $u_L(t)$	$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = Ee^{-t/\tau}$	$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = -RI_0 e^{-t/\tau}$

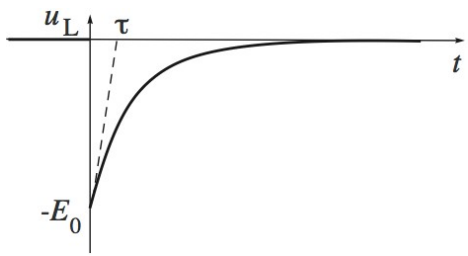
allures : $i(t)$





$u_L(t)$

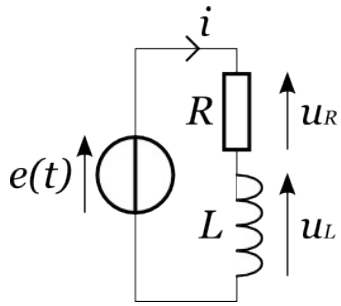


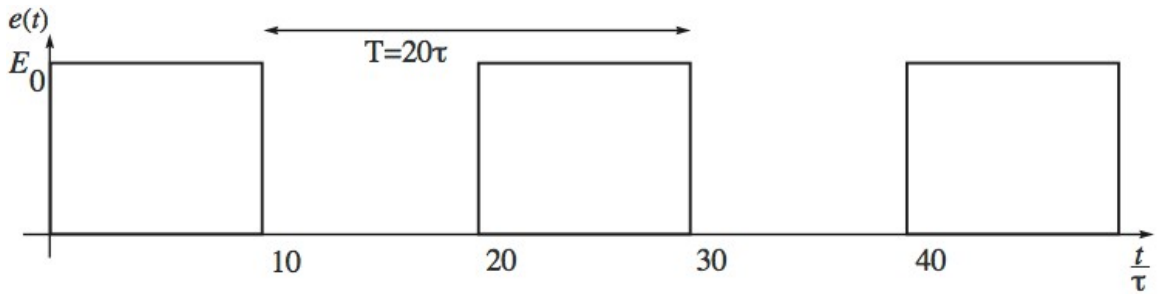


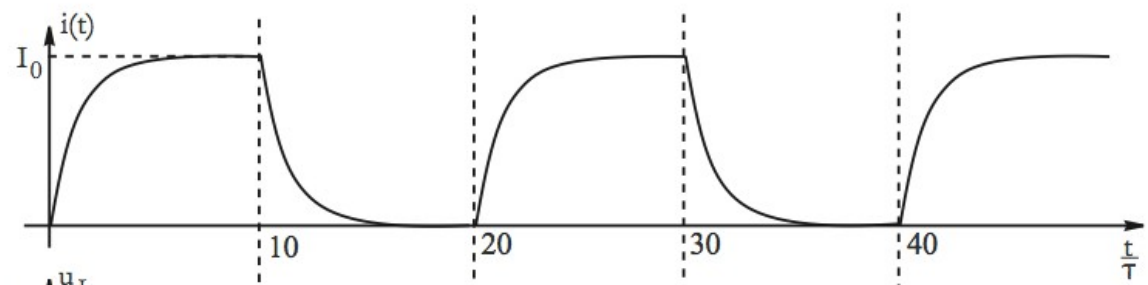
Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

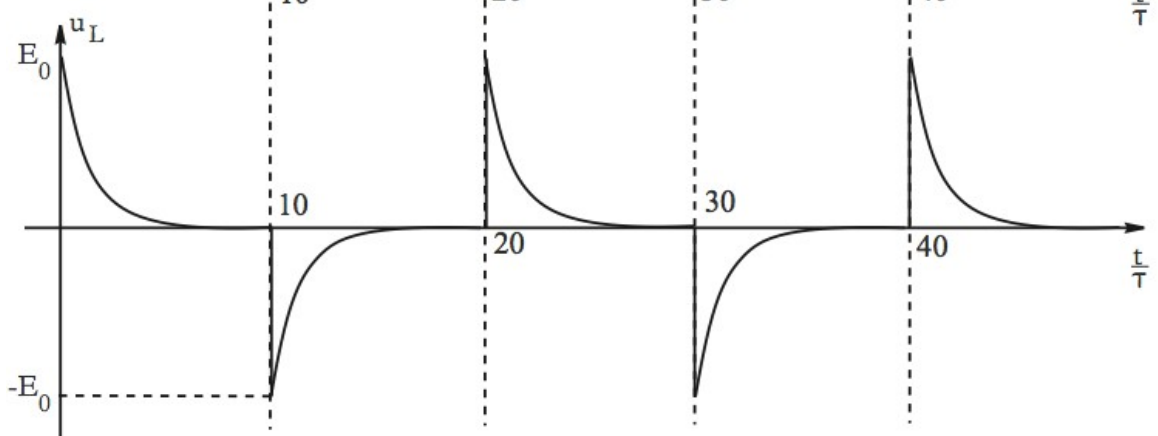
<u>circuit RL série</u>

- signal créneau périodique en entrée









Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>exercices</u>

- faire le bilan énergétique :

1) circuit RC pour un échelon de tension e(t): E0 ⟶ 0 (décharge du condensateur)

2) circuit RL pour un échelon de tension e(t): 0 ⟶ E0 (établissement du courant)

3) circuit RL pour un échelon de tension e(t): E0 ⟶ 0 (disparition du courant)

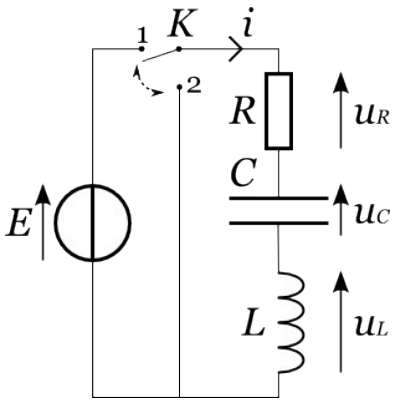
Chapitre 2 bis
Circuits linéaires - suite

Christophe Raufaste
Christophe.Raufaste@unice.fr

Physique 1 - Master EFTIS
IUFM de Nice

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>circuit RLC série</u>



- réponse indicielle

- initialement :

  $uc(0\text{-}) = 0$ (ou $q(0\text{-}) = 0$), condensateur déchargé

  $i(0\text{-}) = 0$, courant nul

- t=0 K: 2 vers 1 :

- conditions initiales :

  $uc(0+) = 0$, continuité de la tension uc (condensateur s'oppose aux variations de uc)

  $i(0+) = 0$, continuité du courant (la bobine s'oppose aux variations du courant i)

- équation (loi des mailles) :

$$
\begin{array}{ccccccc}
u_L & + & u_R & + & u_C & = & E \\
L\frac{d}{dt}i & + & Ri & + & u_C & = & E \\
LC\frac{d^2}{dt^2}u_C & + & RC\frac{d}{dt}u_C & + & u_C & = & E \\
\frac{d^2}{dt^2}u_C & + & \frac{R}{L}\frac{d}{dt}u_C & + & \frac{1}{LC}u_C & = & \frac{1}{LC}E
\end{array}
$$

équation différentielle linéaire du 2nd ordre avec second terme constant

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>circuit RLC série</u> : écritures générales

Suivant les notations de l'énoncé, plusieurs formes de l'équation peuvent être choisies. Parmi celles-ci :

$$\begin{array}{ccccccc}
\frac{d^2}{dt^2}u_C & + & \frac{\omega_0}{Q}\frac{d}{dt}u_C & + & \omega_0^2 u_C & = & \omega_0^2 E \\
\frac{d^2}{dt^2}u_C & + & 2\alpha\omega_0\frac{d}{dt}u_C & + & \omega_0^2 u_C & = & \omega_0^2 E \\
\frac{d^2}{dt^2}u_C & + & 2\lambda\frac{d}{dt}u_C & + & \omega_0^2 u_C & = & \omega_0^2 E
\end{array}$$

pulsation propre (s^{-1} ou rad.s^{-1})	facteur d'amortissement (s^{-1})	coefficient d'amortissement (sans dimension)	facteur de qualité (sans dimension)
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\lambda = \frac{R}{2L}$	$\alpha = \frac{\lambda}{\omega_0}$	$Q = \frac{1}{2\alpha} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>circuit RLC série</u> : méthode générale

- Comme toute équation différentielle linéaire, la solution recherchée est la somme d'une solution particulière et d'une solution de l'équation homogène (second terme (source) = 0).

- toute résolution d'équation différentielle linéaire du 2ème ordre peut se faire de la façon suivante:

1. Chercher la solution particulière qui vérifie l'équation différentielle avec second membre. $(u_C = E)$
2. Injecter une solution exponentielle du type Ae^{rt} dans l'équation différentielle dont le second membre a été annulé (équation homogène). Le coefficient r vérifie une équation appelée polynôme caractéristique.
3. Déterminer la ou les valeurs de r, racine(s) du polynôme caractéristique et construire la solution de l'équation homogène :
   - $Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$, pour un polynôme caractéristique admettant deux racines réelles ou complexes r_1 et r_2. Dans le cas de deux racines complexes conjuguées $\alpha \pm j\beta$, on peut réécrire la solution sous la forme $(A' \cos(\beta t) + B' \sin(\beta t))e^{\alpha t}$.
   - $(A + Bt)e^{rt}$, si le polynôme caractéristique admet une racine double r. Dans ce cas, la solution Ae^{rt} ne suffit pas (une seule constante d'intégration) et on vérifie que Bte^{rt} est aussi solution de l'équation homogène.
4. Ecrire la solution générale (solution particulière + solution générale de l'équation homogène) et déterminer les deux constantes d'intégration de la solution générale à partir des conditions initiales (équation du 2nd ordre, donc 2 constantes d'intégration, donc nécéssité de 2 conditions initiales).

Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

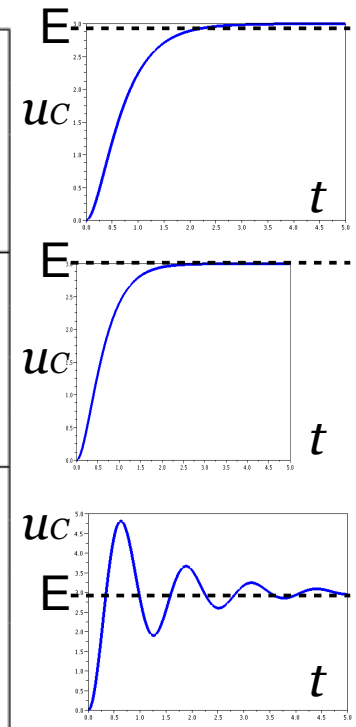
<u>circuit RLC série</u> : différents régimes

On cherche une solution de l'équation homogène sous la forme Ae^{rt}.
On obtient alors

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0.$$

$\mathbf{P}(r) = r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2$ est appelé polynôme caractéristique. L'équation ci-dessus se résout en calculant le discriminant $\Delta = (\frac{\omega_0}{Q})^2 - 4\omega_0^2 = (\frac{\omega_0}{Q})^2(1 - 4Q^2)$.

Régime apériodique : $\alpha > 1$ ou $Q < \frac{1}{2}$ (fort amortissement)	solution de l'équation homogène ($\Delta > 0$) $u_C = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$ r_1 et r_2 racines réelles du polynôme caractéristique $r_{1,2} = -\frac{1}{2}\frac{\omega_0}{Q} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$
Régime critique : $\alpha = 1$ ou $Q = \frac{1}{2}$ (amortissement critique)	solution de l'équation homogène ($\Delta = 0$) $u_C = (A + Bt)e^{rt}$ r racine double du polynôme caractéristique $r = -\frac{1}{2}\frac{\omega_0}{Q}$
Régime pseudo-périodique : $\alpha < 1$ ou $Q > \frac{1}{2}$ (amortissement faible)	solution de l'équation homogène ($\Delta < 0$) $u_C = [A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)]e^{-\lambda t}$ r_1 et r_2 racines complexes conjuguées du polynôme caractéristique $r_{1,2} = -\lambda \pm j\omega = -\frac{1}{2}\frac{\omega_0}{Q} \pm j\frac{\sqrt{-\Delta}}{2}$



Circuits linéaires : RL, RC et RLC soumis à un échelon de tension

<u>circuit RLC série</u> : analogie mécanique

Dans un circuit RLC série, l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur peut s'écrire :

$$L\frac{d^2}{dt^2}u_C + R\frac{d}{dt}u_C + \frac{1}{C}u_C = E$$

En mécanique , l'équation différentielle de l'oscillateur linéaire est :

$$m\frac{d^2}{dt^2}x + f\frac{d}{dt}x + kx = 0,$$

avec x le déplacement de la masse m accrochée au ressort de raideur k et $v = \frac{d}{dt}x$.
Cette équation est formellement identique à celle de l'équation homogène de l'oscillateur électrique. Bien que les situations physiques sont a priori très diffrentes, leurs comportements sont les mêmes. Le tableau suivant définit les grandeurs analogues :

tension du condensateur	u_C	déplacement de la masse	x
intensité du courant	i	vitesse de la masse	v
inductance	L	masse	m
résistance	R	coefficient de friction	f
condensateur	C	inverse de la raideur du ressort	$1/k$
énergie magnétique	$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li^2$	énergie cinétique	$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mv^2$
énergie électrostatique	$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}Cu_C^2$	énergie potentielle élastique	$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2}kx^2$
puissance des pertes par effet Joule	$\mathcal{P}_R = Ri^2$	puissance des pertes par frottement	$\mathcal{P}_R = fv^2$

On peut poser $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $Q = \frac{\sqrt{mk}}{f}$ et en fonction des valeurs de Q, on retrouve les trois régimes possibles.

Chapitre 3
Amplificateurs Opérationnels et diodes

Christophe Raufaste
Christophe.Raufaste@unice.fr

Physique 1 - Master EFTIS
IUFM de Nice

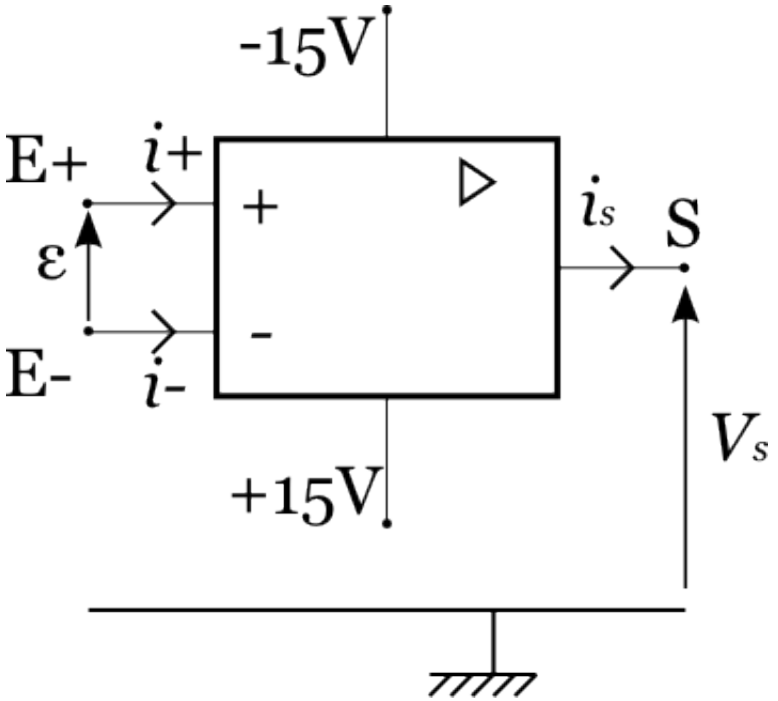
Amplificateurs Opérationnels et diodes

<u>Amplificateur Opérationnel :</u>

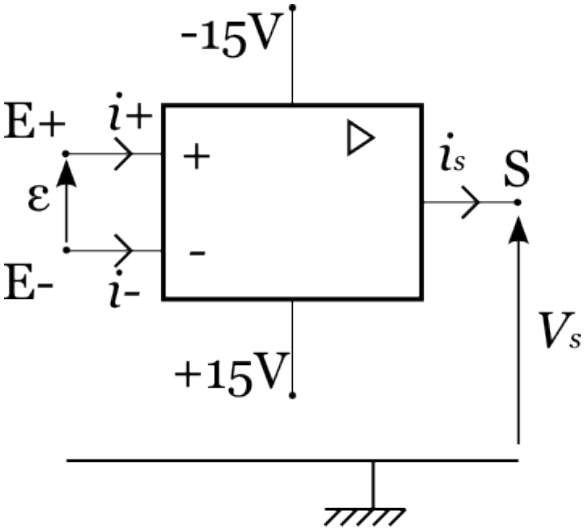
- quadripôle : 2 entrées, 2 sorties (dans le cas de l'A.O. une des sorties est reliée à la masse)
  - E+ : entrée non inverseuse
  - E- : entrée inverseuse
  - S : sortie

- Amplificateur : élément actif (alimentation +15V -15V)

- Opérationnel : utilisation pour faire des opérations mathématiques (addition, soustraction, intégration, ...)



Amplificateurs Opérationnels et diodes



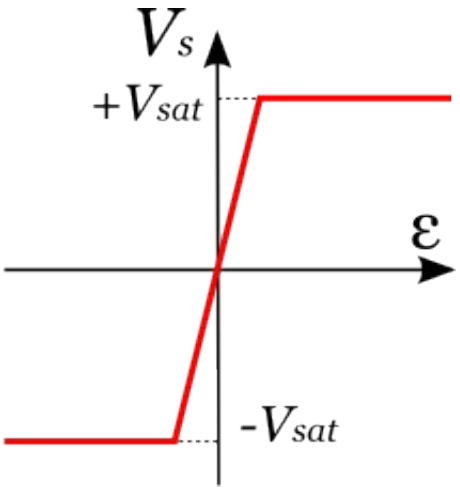
<u>Amplificateur Opérationnel :</u>

- Caractéristique : 2 régimes de fonctionnement

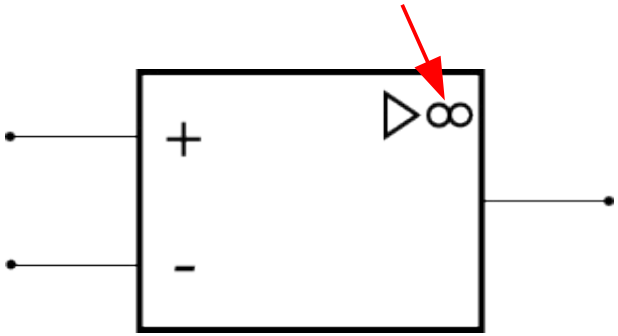
La tension *Vs* dépend de la différence de potentiel ε entre les deux entrées. On distingue 2 types de comportement :

- Le régime saturé : la tension de sortie *Vs* prend la valeur +*Vsat* ou -*Vsat*

- Le régime linéaire : la tension de sortie *Vs* est proportionnelle à ε
  $Vs = \mu\varepsilon$, μ est appelé coefficient d'amplification différentiel en régime continu ($\sim 10^5$)



Amplificateurs Opérationnels et diodes



<u>Amplificateur Opérationnel :</u>

- Modèle idéal

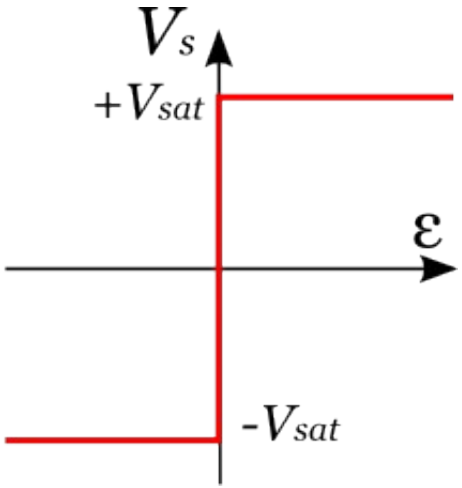
• μ est supposé infini.

$Vs = \mu\varepsilon$, donc si μ tend vers l'infini, Vs ne prend des valeurs finies que si ε est nulle.

• L'impédance d'entrée est supposée infinie quelque soit le régime : $i+ = i- = 0$

• L'impédance de sortie est supposée nulle : la sortie est modélisable par une source idéale de tension de valeur Vs.

Attention !! is n'est pas nulle a priori



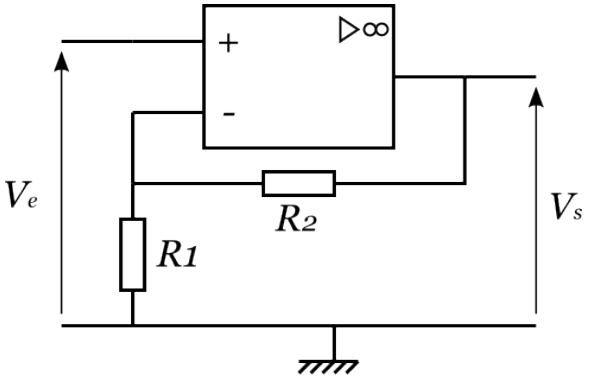
Amplificateurs Opérationnels et diodes

<u>Amplificateur Opérationnel : rétroaction</u>

- Principe de la rétroaction sur l'A.O. : lier une entrée avec la sortie afin d'éviter une saturation systématique (et ainsi faire des opérations linéaires, voir montages) ou alors pour contrôler la saturation (ex: comparateur à hystérésis).

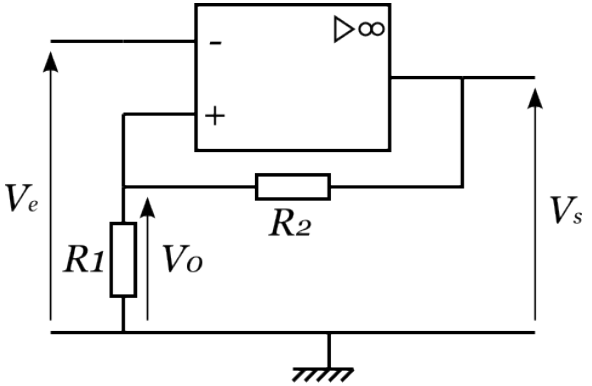
- rétroaction négative : si la sortie est reliée à la borne inverseuse (E-) par un composant (ou fil) alors l'A.O. peut fonctionner en régime linéaire.

exemple: amplificateur non inverseur



- pas de rétroaction négative ou seulement rétroaction positive (si la sortie est reliée à la borne non inverseuse (E+) par un composant (ou un fil)) : l'A.O. fonctionne en régime saturé

exemple: comparateur à hystérésis



Amplificateurs Opérationnels et diodes

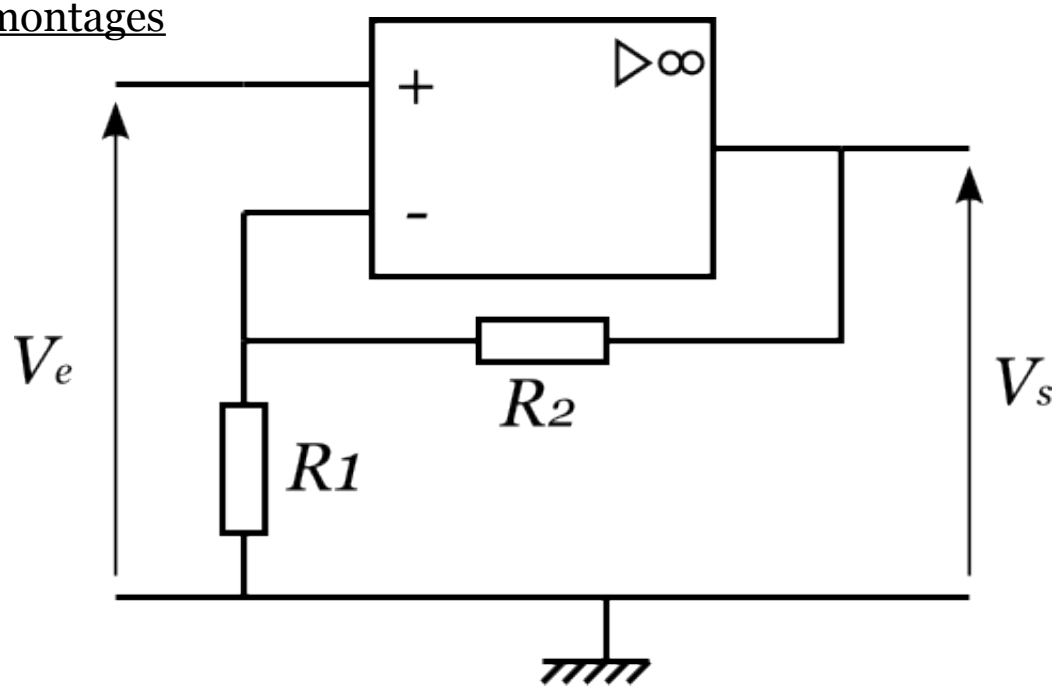
Amplificateur Opérationnel : utilisation et montages

- dans les montages qui suivent, les A.O. seront supposés idéaux.

Amplificateurs Opérationnels et diodes

<u>Amplificateur Opérationnel : utilisation et montages</u>

- montage amplificateur non inverseur :



1) L'AO peut-il fonctionner en régime linéaire ?

2) En supposant le régime linéaire, quelle est la relation entre *Ve* et *Vs* ?

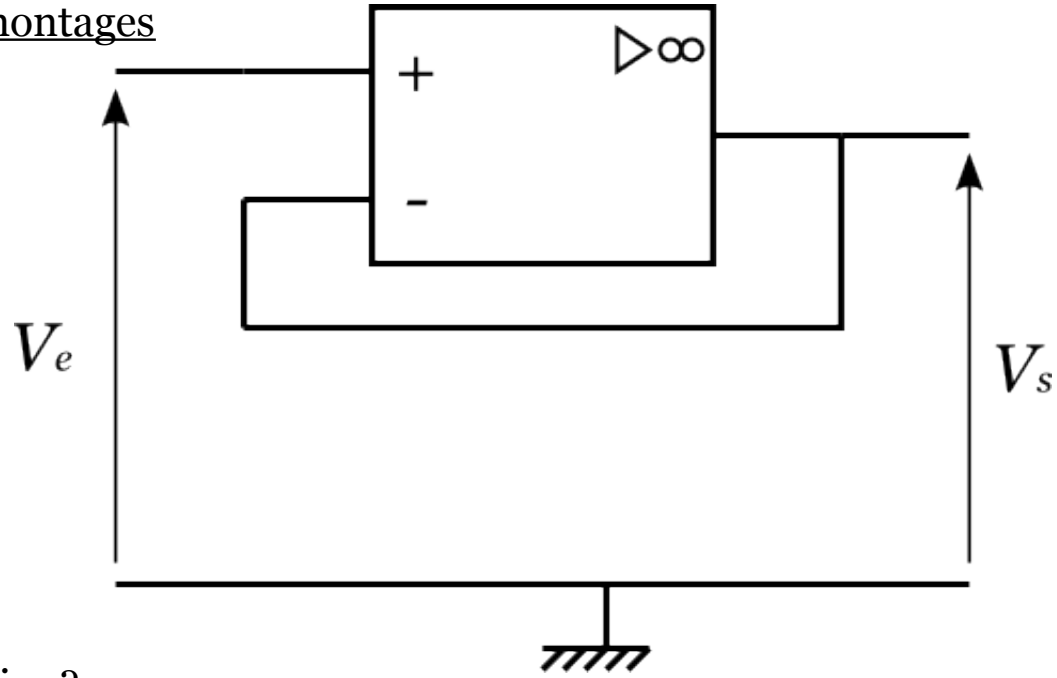
3) Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

4) Tracer *Vs* pour un signal *Ve* sinusoidal (amplitude 10 V, période 1s), *Vsat* = 15 V, R1=R2=1000 Ω

Amplificateurs Opérationnels et diodes

<u>Amplificateur Opérationnel : utilisation et montages</u>

- montage suiveur



1) L'A.O. peut-il fonctionner en régime linéaire ?

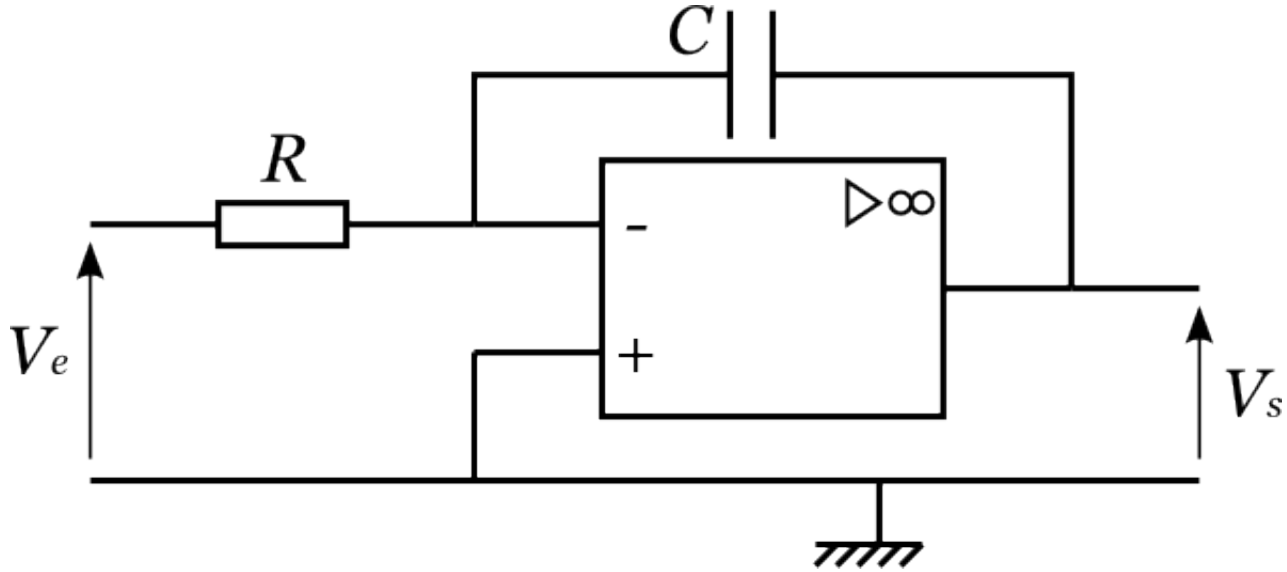
2) Donner la relation entre Ve et Vs

3) Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

Amplificateurs Opérationnels et diodes

<u>Amplificateur Opérationnel : utilisation et montages</u>

- montage intégrateur :



1) L'AO peut-il fonctionner en régime linéaire ?

2) En supposant le régime linéaire, quelle est la relation entre *Ve* et *Vs* ?

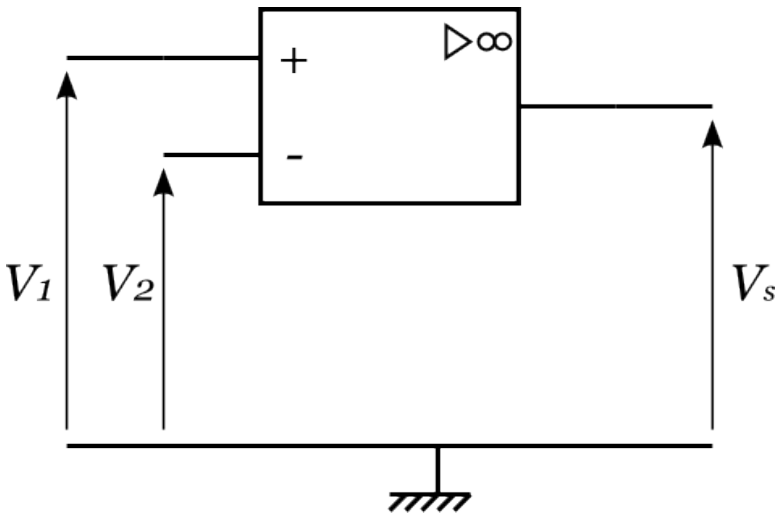
3) Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

Amplificateurs Opérationnels et diodes

<u>Amplificateur Opérationnel : utilisation et montages</u>

- Le 1er montage est appelé comparateur.

L'AO fonctionne en régime saturé.
Si $V1>V2$, alors Vs = + $Vsat$
Si $V1<V2$, alors Vs = - $Vsat$



- Le 2ème montage est appelé comparateur à hystérésis

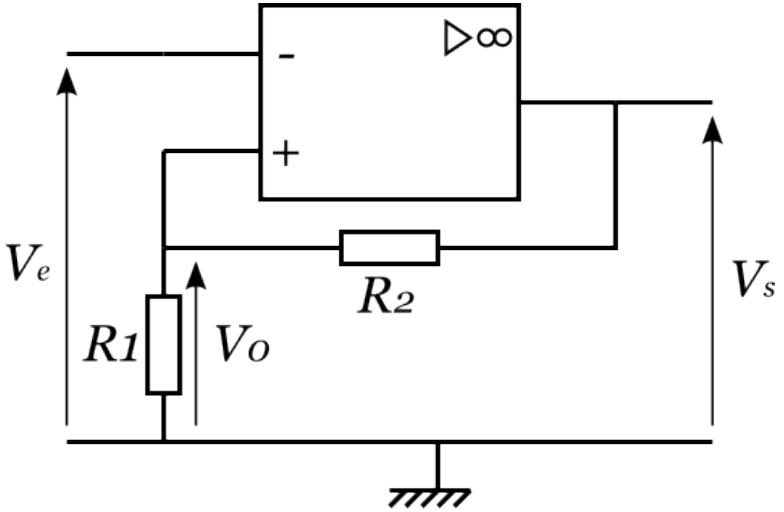
Avec ce montage :

1) L'A.O. peut-il fonctionner en régime linéaire ?

2) En supposant $V = Vsat$, calculer Vo ?

3) Pour quelle valeur de Ve, la sortie bascule-t-elle ?

4) Tracer la caractéristique Vs fonction de Ve



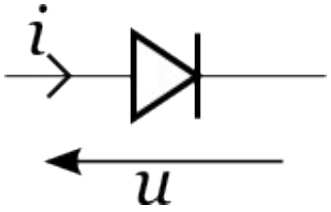
Amplificateurs Opérationnels et diodes

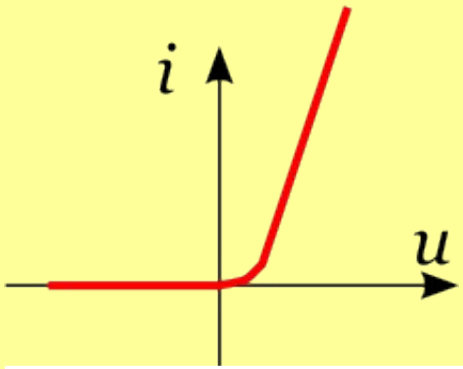
Diode : caractéristique et modélisation

Amplificateurs Opérationnels et diodes

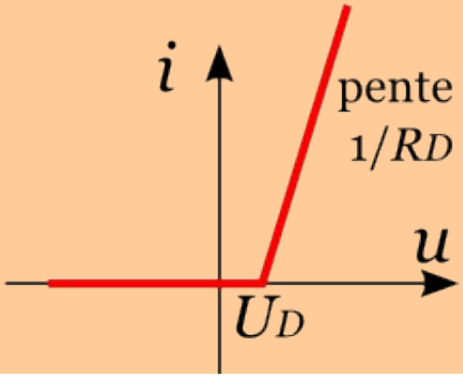
Diode : caractéristique et modélisation

- symbole :

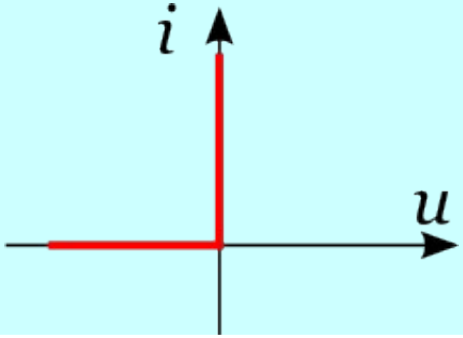




caractéristique réélle
- récépteur
- élément passif



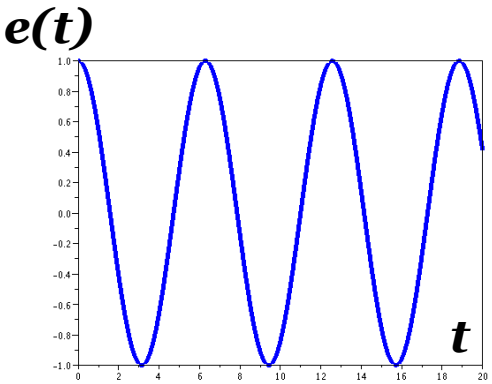
modélisation
- U_D : tension seuil
- R_D : résistance dynamique

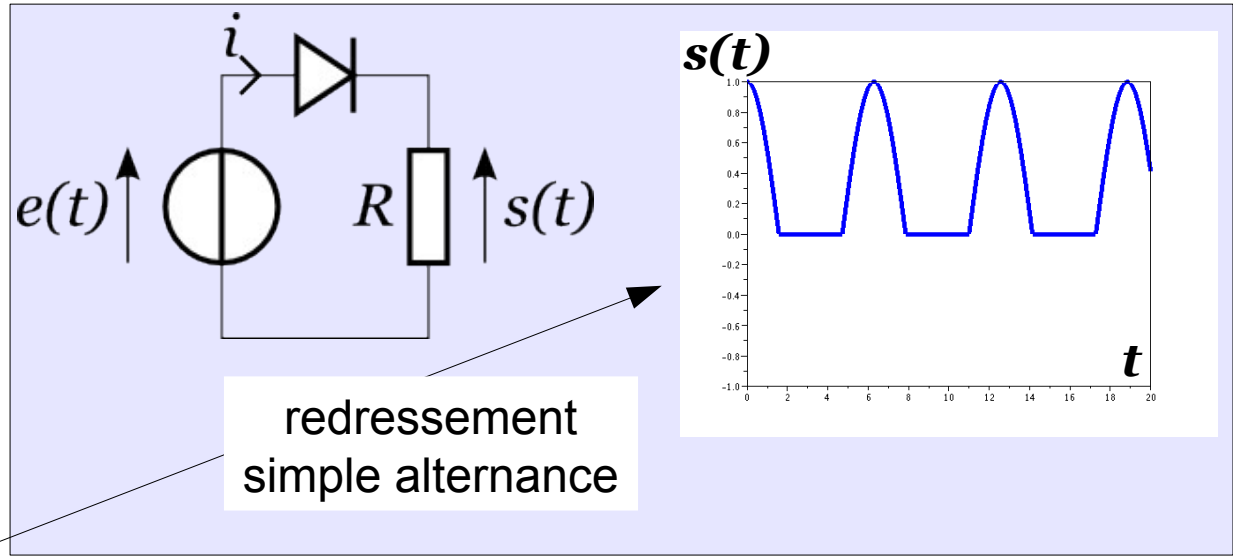


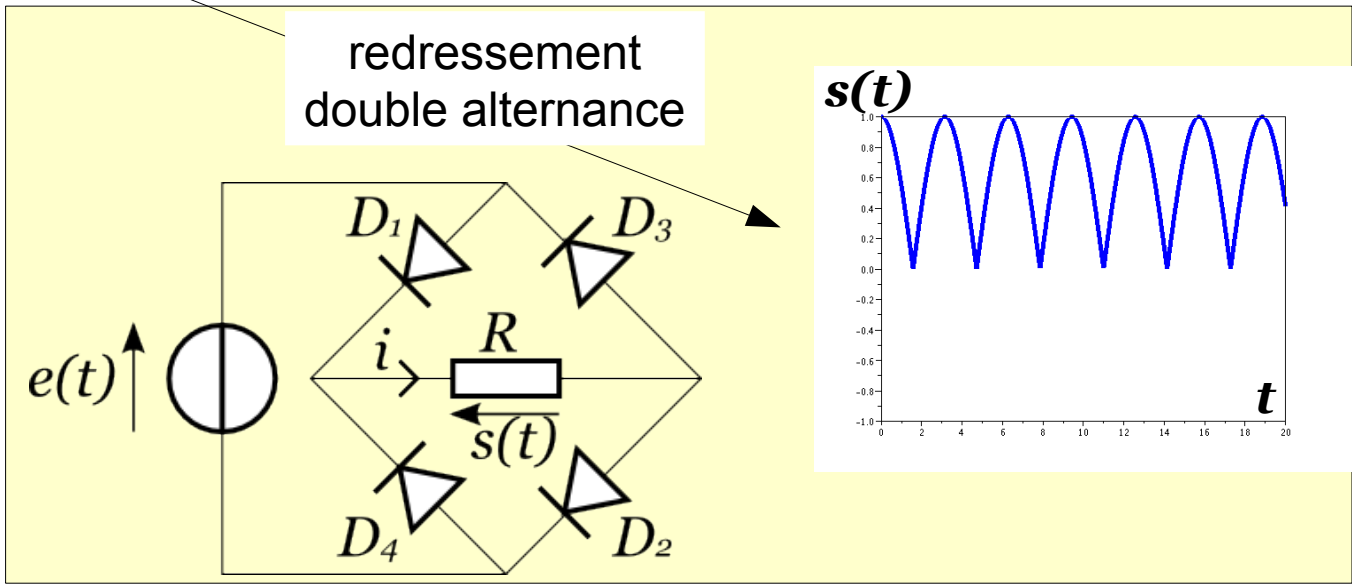
diode idéale
- $U_D = 0$, $R_D = 0$
- $i>0$: interrupteur fermé
- $i<0$: interrupteur ouvert

Amplificateurs Opérationnels et diodes

Diode : utilisation et montages de base







Chapitre 4
Régime sinusoïdal forcé

Christophe Raufaste
Christophe.Raufaste@unice.fr

Physique 1 - Master EFTIS
IUFM de Nice

Régime sinusoïdal forcé

<u>Motivation</u>

- Jusqu'ici l'état d'un circuit tendait toujours vers un régime permanent continu (ou stationnaire) car les sources (courant ou tension) délivrait une valeur constante.

- Cas général : la source délivre un signal quelconque

- Le 2ème montage est appelé comparateur à hystérésis

Avec ce montage :

1) L'A.O. peut-il fonctionner en régime linéaire ?

2) En supposant $V = Vsat$, calculer Vo ?

3) Pour quelle valeur de Ve, la sortie bascule-t-elle ?

4) Tracer la caractéristique Vs fonction de Ve